Modelos Econométricos de Series Temporales para la Predicción y el Análisis de la Coyuntura Económica.

CINVE-Facultad de Ciencias Económicas y Administración.

Noviembre 2015

Prof. Antoni Espasa

TEMA 4

PREDICCION CON MODELOS ECONOMETRICOS UNIECUACIONALES

antoni.espasa@uc3m.es

- INTRODUCCION

- **Modelos para Conjuntos informativos univariantes.**

Modelos univariantes con estructura para:

(a) la evolutividad en el nivel medio y

(b) la dependencia en las oscilaciones sobre la senda de evolutividad.

El presente viene determinado por los valores pasados: (a) raíces unitarias y (b) de valor absoluto inferior a uno.

Pueden incluir variables artificiales.

Modelos para Conjuntos informativos multivariantes

- **Necesidad de la Teoría Económica en su formulación. Modelos multiecuacionales:**
  - Selección de variables
  - Posibles restricciones entre ellas.

- **En la formulación de modelos econométricos resulta importante el concepto de exogeneidad**

VARIABLES EXOGENAS

- **Variables exógenas: afectan a la determinación del fenómeno de interés, pero en el análisis concreto que se está realizando:**
- **- estimación e inferencia,**
- **- predicción,**
- **- simulación**
- **no vienen afectadas por él.**
- Se puede hacer el análisis econométrico condicional a las variables exógenas.

- **Para conjuntos informativos multivariantes aunque la variable de interés sea escalar, los modelos en principio deben ser multiecuacionales,**
- **pero dependiendo de la presencia de variables exógenas se pueden formular modelos uniecuacionales.**

Modelos multiecuacionales

- Si en la explicación de un determinado fenómeno $\{y_t\}$ las variables explicativas no son todas ellas exógenas se necesita un modelo multiecuacional que explique tanto y_t como las restantes variables endógenas.
- En principio estos son los modelos necesarios para el análisis económico.

EJEMPLOS DE ANALISIS SOBRE CONJUNTOS INFORMATIVOS MULTIVARIANTES

- LA INFLACIÓN A NIVEL NACIONAL se analiza junto con variables como:

  - costes laborales unitarios

  -agregados monetarios

  -precios de importación

  -un indicador de presión de la demanda

  -diferenciales entre tipos de interés

  -etc

- LA INVERSIÓN EN UN SECTOR INDUSTRIAL SE RELACIONA CON VARIABLES COMO:
- -la producción del sector
- -el nivel de utilización de la capacidad productiva
- -del coste de uso del capital
- -etc.

- LOS INGRESOS DE UNA EMPRESA DE TURISMOSE RELACIONAN CON VARIABLES COMO:
- -Un indicador de la renta de los turistas
- - indicadores de precios relativos respecto otras empresas o respecto otros paises oferentes de servicios turísticos
- -etc.

- EL TIPO DE CAMBIO ENTRE EL EURO Y EL DÓLAR SE RELACIONA CON VARIABLES COMO :
- -El diferencial entre las expectativas de crecimiento económico entre ambas áreas geográficas
- -el diferencial entre tipos de interés
- -el diferencial de inflación
- -etc.

- EL EMPLEO EN UN SECTOR INDUSTRIAL SE RELACIONA CON VARIABLES COMO:

-la producción del sector

-el salario real en elsector

-etc.

Modelos uniecuacionales.

- **Modelos uniecuacionales para la predicción: todas las variables explicativas deben ser fuertemente exógenas.**
- **Ejemplo,** un modelo en el que se determine el número de turistas entrados en Uruguay en un determinado trimestre en función de un indicador de renta de los turistas y de indicadores de precios relativos.

MODELOS ECONOMETRICOS DINAMICOS

- **Conjunto informativo univariante**
- - (1) ARI(p,d)
- **Conjuntos informativos multivariantes.**

  Son los modelos econométricos propiamente dichos:

  - (2) Modelos uniecuacionales: modelos de regresión dinámica.

  - (3) Modelos dinámicos multiecuacionales.

La complejidad de los modelos anteriores es diferente y también lo es su utilidad.

- **ANÁLISIS CUANTITATIVO EN LA EMPRESA**

MODELOS UNIVARIANTES Y ANÁLISIS CUANTITATIVO EN LA EMPRESA.

La realidad económica de una empresa no se compone de variables – series temporales – aisladas entre sí, sino que viene determinada por la interrelación existente entre distintas variables.

Así pues, los modelos ARIMA univariantes de los temas anteriores constituyen **un paso inicial**, necesario, para modelizar contextos económicos de interés en la empresa,

pero en sí mismos son de utilidad muy limitada, pues ignoran la interrelación entre variables.

USOS DE UN MODELO ARIMA SOBRE UNA VARIABLE DE VENTAS

Un modelo ARIMA sobre las ventas de un cierto producto de una empresa en una determinada área geográfica resulta útil para un cierto **análisis estructural** sobre dichas ventas como

conocer sus características
tendenciales,
estacionales y
cíclicas, y

conocer la incertidumbre asociada a sus expectativas futuras dadas sus realizaciones pasadas, etc.

USOS DE UN MODELO ARIMA SOBRE UNA VARIABLE DE VENTAS

- EL MODELO ARIMA SE PUEDE UTILIZAR PARA **PREDECIR.**

En efecto. El modelo recoge la dependencia de las ventas en un determinado momento en función del pasado.

Así, esa relación de dependencia se puede utilizar para proyectar su valor futuro en el momento (n+h),conocido el pasado hasta el momento n .

LIMITACIONES DE UN MODELO ARIMA SOBRE UNA VARIABLE DE VENTAS

pero el modelo anterior tiene un interés limitado dentro de las labores de planificación y gestión empresariales,

ya que **no proporciona información estructural más relevante como la relación de las ventas con otras variables** como

campañas publicitarias,
cambios de precios relativos respecto a bienes sustitutivos,
renta de los consumidores,
nivel de empleo,
variables demográficas, sociales,
variables meteorológicas, etc.

- MODELOS VAR ESTACIONARIOS

El modelo VAR(p) estacionario.

En este tema se comienza estudiando modelos multiecuacionales (VAR) sobre variables estacionarias,

por lo que si las variables originales no son estacionarias se supone que se conoce como transformarlas en estacionarias

para poder formular el modelo multiecuacional (VAR) sobre dichas transformaciones estacionarias.

En la segunda parte del tema se estudian los modelos multiecuacionales (VAR) sobre variables no estacionarias.

CONDICIONALIZACIÓN RESPECTO EL PASADO.MODELOS UNIVARIANTES

- **El modelo ARMA estacionario univariante** bajo el supuesto de distribuciones gaussianas se obtiene como:
- $W_t = E(W_t \mid \text{pasado}) + a_t$, (1)
- Var $(a_t) = \sigma^2$,
- en donde $E(W_t \mid \text{pasado})$ se representa, en general, en términos de valores pasados de W_t y a_t.

A nivel multivariante se puede proceder de forma idéntica. Ahora W_t será un vector de n variables.
El modelo resultante será un modelo ARMA vectorial denominado VARMA (p,q).

EJEMPLO: VARMA (1,1)

$$\begin{pmatrix} 1-\phi_{11}L & -\phi_{12}L \\ -\phi_{21}L & 1-\phi_{22}L \end{pmatrix}\begin{pmatrix} W_{1t} \\ W_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\theta_{11}L & -\theta_{12}L \\ -\theta_{21}L & 1-\theta_{22}L \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{pmatrix},$$

$$\text{var}(a_t) = \Omega$$

Para valores de p y q mayores la generalización del modelo es inmediata.

La construcción de modelos VARMA,especialmente en las etapas de especificación y validación, puede ser compleja. De hecho lo es y no suelen utilizarse mucho.

Al igual que en el caso univariante, un modelo VARMA invertible puede representarse de **forma puramente autorregresiva**.

es decir,

$$W_{1t} - \phi_{11} W_{1t-1} - \phi_{12} W_{2t-1} = a_{1t} - \theta_{11} a_{1t-1} - \theta_{12} a_{2t-1}.$$

$$W_{2t} - \phi_{21} W_{1t-1} - \phi_{22} W_{2t-1} = a_{2t} - \theta_{21} a_{1t-1} - \theta_{22} a_{2t-1}.$$

También:

$W_{1t} = \phi_{11}W_{1t-1}+\phi_{12}W_{2t-1} - \theta_{11}a_{1t-1} - \theta_{12}a_{2t-1} +a_{1t}.$

--------------------1 ---------------------- --2--

$W_{2t} = \phi_{21} W_{1t-1} + \phi_{22} W_{2t-1} - \theta_{21} a_{1t-1} - \theta_{22} a_{2t-1}+ a_{2t}$

--------------------3-------------------------- -4-

1: Esperanza matemática de W_{1t} respecto al pasado.

3: Esperanza matemática de W_{2t} respecto al pasado.

2: Innovación de W_{1t}

4: Innovación de W_{2t}

Para valores de p y q mayores la generalización del modelo es inmediata.

La construcción de modelos VARMA,especialmente en las etapas de especificación y validación, puede ser compleja. De hecho lo es y no suelen utilizarse mucho.

Al igual que en el caso univariante, un modelo VARMA invertible puede representarse de forma puramente autorregresiva.

Cuando un modelo VARMA sólo tiene parte autorregresiva se le denomina **VAR (p).** Estos modelos son muy utilizados en economía.

EJEMPLO: VAR (2).

$$\begin{bmatrix} \left(1-\phi_{11}{}^{(1)}L-\phi_{12}{}^{(2)}L^2\right) & \left(-\phi_{12}{}^{(1)}L-\phi_{12}{}^{(2)}L^2\right) \\ \left(-\phi_{21}{}^{(1)}L-\phi_{21}{}^{(2)}L^2\right) & \left(1-\phi_{22}{}^{(1)}L-\phi_{22}{}^{(2)}L^2\right) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

es decir,

$$\Phi(L)X_t = a_t$$

donde Φ (L) es una matriz polinomial.

- En el caso **univariante,AR**,se tiene una sola serie temporal y ,en consecuencia en el modelo aparece una sola estructura dinámica recogida en el polinomio $\Phi_p(L)$.
- En el **caso multivariante** se tienen n ecuaciones y en cada una de ellas entran estructuras dinámicas sobre cada variable,con lo que la estructura dinámica del modelo,vease la ecuación (2) anterior, es **una matriz polinomial de nxn elementos (polinomios): Φ (L)** .
- La jotésima fila de la matriz Φ (L) recoge los n polinomios que operan sobre las n variables en la jotésima ecuación.

LOS POLINOMIOS DINÁMICOS EN LOS MODELOS VAR

- Ejemplo del modelo (2) anterior.
- En los polinomios correspondientes a los términos fuera de la diagonal principal de la matriz Φ (L) se observa que sólo incorporan valores pasados a través de diferentes potencias del operador L.
- Así el termino (1,2) de la matriz Φ (L) recoge la influencia del pasado de X_{2t} en X_{1t} y el término (2,1) la influencia del pasado de X_{1t} en X_{2t}.

- Sin embargo, los polinomios en la diagonal de Φ (L) incorporan también la potencia cero de L (es decir,el presente) con coeficiente estandarizado en el valor unidad.

Con ello al desarrollar el sistema como se hace a continuación en (3) y (4) se puede despejar X_{1t} en la primera ecuación y X_{2t} en la segunda.

Alternativamente el modelo (5) se puede formular como

$$X_t = \Phi_1 X_{t-1} - \Phi_2 X_{t-2} + a_t, \qquad (3)$$

donde Φ_1 y Φ_2 son matrices paramétricas,

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_{11}^{(1)} & \phi_{12}^{(1)} \\ \phi_{21}^{(1)} & \phi_{22}^{(1)} \end{pmatrix}$$

$$\Phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_{11}^{(2)} & \phi_{12}^{(2)} \\ \phi_{21}^{(2)} & \phi_{22}^{(2)} \end{pmatrix}$$

antoni.espasa@uc3m.es

- ***23 noviembre 2015***

Cuando un modelo VARMA sólo tiene parte autorregresiva se le denomina **VAR (p).** Estos modelos son muy utilizados en economía.

EJEMPLO: VAR (2).

$$\begin{bmatrix} \left(1-\phi_{11}^{(1)}L-\phi_{12}^{(2)}L^2\right) & \left(-\phi_{12}^{(1)}L-\phi_{12}^{(2)}L^2\right) \\ \left(-\phi_{21}^{(1)}L-\phi_{21}^{(2)}L^2\right) & \left(1-\phi_{22}^{(1)}L-\phi_{22}^{(2)}L^2\right) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

es decir,

$$\Phi(L)X_t = a_t$$

donde Φ (L) es una matriz polinomial.

MODELO VAR(2) DESARROLLLADO

Desarrollando (2), o (3) se obtiene

$$X_{1t} = \phi_{11}^{(1)} X_{1t-1} + \phi_{12}^{(1)} X_{2t-1} + \phi_{11}^{(2)} X_{1t-2} + \phi_{12}^{(2)} X_{2t-2} + a_{1t} \quad (4a)$$

$$X_{2t} = \phi_{21}^{(1)} X_{1t-1} + \phi_{22}^{(1)} X_{2t-1} + \phi_{21}^{(2)} X_{1t-2} + \phi_{22}^{(2)} X_{2t-2} + a_{2t} \quad (4b)$$

Varianza residual:

$$Var(a_t) = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{pmatrix} = \Omega$$

REALIMENTACIÓN

- En los modelos VAR hay realimentación.
- En el ejemplo anterior los retardos de x_{2t} influyen en x_{1t} y ,a su vez,los de x_{1t} influyen en x_{2t} .
- Además incorporan una dependencia contemporánea entre x_{1t} y x_{2t} a través de la covarianza residual.

VAR(p)

La forma usual de formular el modelo VAR(p) es

$$X_t = c + \Phi_1 x_{t-1} + \ldots + \Phi p \ \ \mathrm{x}_{\mathrm{t\text{-}p}} + a_t$$

donde Φ_j, j=1, ...p son matrices nxn que recojen la dependencia de xt respecto a x_{t-p}.

Los residuos tienen una matriz de varianzas y covarianzas Ω que por definición es simétrica y en general no tiene restricciones cero.

FORMULACIÓN ALTERNATIVA DEL MODELO VAR(p)

para simplificar c = 0

También se puede escribir como:

$$\Delta x_t = \Gamma_1 \Delta x_{t-1} + \ldots + \Gamma_{p-1} \Delta x_{t-p+1} + \Pi x_{t-p} + a_t \quad \text{(A)}$$

en donde

$\Gamma i = -(\Phi_{i+1} + \ldots + \Phi_p)$ i = 1, ..., p-1

$\Pi = -(I - \Phi_1 \ldots - \Phi_p)$

Ejemplo. p = 2

$$x_t = \Phi_1 x_{t-1} + \Phi_2 x_{t-2} + a_t \qquad (5)$$

$$\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \gamma \Delta x_{t-1} + a_t \qquad (6)$$

$$\gamma_1 = - \Phi_2$$

$$\pi = -(I - \Phi_1 - \Phi_2).$$

Se cumple (5) $\equiv$ (6). En efecto

$$x_t - x_{t-1} = -x_{t-1} + x_{t-1} + \Phi_1 x_{t-1} +$$

$$+ \Phi_2 x_{t-1} - \Phi_2 x_{t-1} + \Phi_2 x_{t-2} + a_t$$

Ejemplo:

$$\begin{pmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{22} & \phi_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1t-1} \\ x_{2t-2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{pmatrix} \qquad (5')$$

$$\begin{pmatrix} \Delta x_{1t} \\ \Delta x_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11} - 1 & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} - 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1t-1} \\ x_{2t-2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{pmatrix} \qquad (6')$$

$$\Pi = \begin{pmatrix} \phi_{11} - 1 & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} - 1 \end{pmatrix}$$

El modelo VAR es un modelo SURE

- Es un sistema de regresiones múltiples.
- Que entra dentro de la clase denominada "sistema de regresiones aparentemente no relacionadas", y se conoce como SURE, del inglés **"seemingly unrelated regression equations".**
- Se le denomina SURE porque la parte sistemática de las ecuaciones - la que relaciona las variables dependientes con los regresores - no recoge una relación contemporánea directa entre variables .
- Toda la relación contemporánea entre las variables está recogida en las covarianzas de la matriz Ω de los residuos.

- **El modelo VAR es un modelo SURE sin restricciones,** pues todos los regresores entran en todas las ecuaciones.

-En general, la estimación por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) de un modelo SURE no es eficiente, para ello se necesitan mínimos cuadrados generalizados(MCG).

- Pero hay dos excepciones a lo anterior:

  (a) si Ω es diagonal y

  (b) si el modelo SURE no tiene restricciones.

- Por tanto,según (b), el modelo **VAR se puede estimar eficientemente ecuación por ecuación por MCO.**

antoni.espasa@uc3m.es

LA CONDICIÓN DE ESTACIONARIEDAD DE UN MODELO VAR

- La condición de estacionariedad en un modelo AR viene determinada por las raices de la ecuación característica correspondiente al polinomio autoregresivo: todas ellas en valor absoluto deben ser menores que la unidad.
- En el modelo VAR

$$\begin{pmatrix} 1-\phi_{11}L & -\phi_{12}L \\ -\phi_{21}L & 1-\phi_{22}L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{1t} \\ W_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{pmatrix},$$

- La estructura dinámica es una matriz de polinomios y la ecuación característica ahora es la correspondiente al determinante de la matriz polinomial.Todas las raices de dicha ecuación característica deben ser en valor absoluto menores que la unidad.
- .

Modelos univariantes derivados de un modelo VAR

- En un modelo VAR de orden p en el que las matrices Φ no sean diagonales se tiene que una variable, x_j, depende de los p retardos de otra, x_h, y como el peésimo retardo de x_h depende a su vez de los p retardos de x_j se concluye que al resolver el modelo se obtienen **modelos univariantes para cada variable que son de orden superior a p.**
- Esto se ilustra en las 4 transparencias siguientes.

DEPENDENCIA TEMPORAL Y CONDICIÓN DE ESTACIONARIEDAD DEL VAR (1).

$$\begin{pmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1t-1} \\ x_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{pmatrix} \qquad (1)$$

$$x_{1t} = \phi_{11}\, x_{1t-1} + \phi_{12}\, x_{2t-1} + a_{1t} \qquad (2.1)$$

$$x_{2t} = \phi_{21}\, x_{1t-1} + \phi_{22}\, x_{2t-1} + a_{2t} \qquad (2.2)$$

DESPEJANDO x_{2t} y SUSTITUYENDO EN (2.1)

$$x_{2t} = \frac{\phi_{21} x_{1t-1} + a_{2t}}{1 - \phi_{22} L}$$

$$(1 - \varphi_{11} L) x_{1t} = \frac{\varphi_{12} \varphi_{21} x_{1t-2}}{1 - \varphi_{22} L} + \frac{\varphi_{12} a_{2t-1}}{1 - \varphi_{22} L} + a_{1t}$$

$$(1 - \phi_{11} L)\,(1 - \phi_{22} L)\, x_{1t} = \phi_{12}\, \phi_{21}\, x_{1t-2} + \phi_{12}\, a_{2t-1} + (1- \phi_{22}L)\, a_{1t}$$

$$[(1- \phi_{11}L)\,(1- \phi_{22}L) - \phi_{12}\, \phi_{21}\, L^2]\, x_{1t} = \phi_{12}\, a_{2t-1} + (1- \phi_{22} L)\, a_{1t} . \qquad (3)$$

IGUALMENTE

$$[(1- \phi_{11}L)\,(1- \phi_{22}L) - \phi_{12} - \phi_{21}\, L^2]\, x_{2t} = \phi_{21}\, a_{1t-1} + (1- \phi_{11} L)\, a_{2t} . \qquad (4)$$

DE (3) Y (4) SE DESPRENDE QUE LA DEPENDENCIA TEMPORAL SOBRE EL PROPIO PASADO ES SUPERIOR A 1.

LA CONDICIÓN DE ESTACIONARIEDAD ES QUE EL POLINOMIO

$$[(1- \phi_{11}L)\,(1- \phi_{2}L) - \phi_{12}\, \phi_{22}\, L^2] \qquad (5)$$

SEA ESTACIONARIO.

X

EL SISTEMA (1) SE PUEDE ESCRIBIR

$$\left[I - \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{pmatrix} L \right] \underset{\sim}{x}_t = \underset{\sim}{a}_t$$

$\Phi(L) =$ $\quad \Phi(L)\, \underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{a}_t$

$$\Phi(L) = \begin{pmatrix} 1-\phi_{11}L & -\phi_{12}L \\ -\phi_{21}L & 1-\phi_{22}L \end{pmatrix}$$

$\det \Phi(L) = (1 - \phi_{11})(1 - \phi_{22}L) - \phi_{12}\, \phi_{21}\, L^2.$

LA CONDICIÓN DE ESTACIONARIEDAD ES QUE EL POLINOMIO DEL DETERMINANTE det Φ (L) SEA ESTACIONARIO.

ES DECIR, QUE EN

$1-(\phi_{11} + \phi_{12}) L + (\phi_{11} \phi_{22} - \phi_{12} \phi_{21}) L^2 = 0,$ (6)

O REFORMULANDO (6) COMO

$1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 = 0,$ (7)

LAS RAÍCES μ_1 y μ_2 DEL POLINOMIO SOBRE LA VARIABLE AUXILIAR z

$1 - \alpha_1 z - \alpha_2 z^2 = 0,$

SEAN EN VALOR ABSOLUTO SUPERIORES A LA UNIDAD.

ESO EQUIVALE A QUE LAS RAÍCES DEL POLINOMIO, G_1 y G_2,

$z^2 - \alpha_1 z - \alpha_2 = 0$ (8)

SEAN EN VALOR ABSOLUTO INFERIORES A LA UNIDAD, YA QUE

$G_1 = \mu_1^{-1}$

$G_2 = \mu_2^{-1}$.

A (8) SE LE DENOMINA **ECUACIÓN CHARACTERÍSTICA**.

X

EJEMPLOS VAR

ESTOS EJEMPLOS ESTÁN TOMADOS DE ENDERS (1995).

$$\begin{pmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1t-1} \\ x_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{pmatrix}$$

<u>EJEMPLO 1</u>

$\phi_{11} = \phi_{22} = 0.7$ $\phi_{12} = \phi_{21} = 0.2$

La ecuación característica es

$z^2 – (\phi_{11} + \phi_{22})\ z + (\phi_{11}\ \phi_{22} - \phi_{21}\ \phi_{22}) = 0$

Y SUS DOS RAICES HAN DE SER EN VALOR ABSOLUTO INFERIORES A LA UNIDAD.

DE HECHO SON 0.9 Y 0.5

COMO ϕ_{12} y ϕ_{21} SON POSITIVOS LA CORRELACIÓN CRUZADA ENTRE x_{1t} y x_{2t-1} y x_{2t} y x_{1t-1} ES POSITIVA.

antoni.espasa@uc3m.es

EJEMPLO 2

$\phi_{11} = \phi_{22} = 0.5$ $\phi_{12} = \phi_{21} = -0.2$

$G_1 = 0.7$ y $G_2 = 0.3$: PROCESO ESTACIONARIO.

ϕ_{12} y ϕ_{21} NEGATIVAS: CORRELACIÓN CRUZADA: NEGATIVA.

EJEMPLO 3

$\phi_{11} = \phi_{22} = \phi_{12} = \phi_{21} = 0.5.$

LA ECUACIÓN CHARACTERÍSTICA ES:

$1 – z + 0.z^2,$

ES DECIR,EL POLINOMIO DETERMINAMENTAL ES SÓLO DE PRIMER ORDEN. LA ÚNICA RAÍZ ES LA UNIDAD. EL PROCESO ES **NO ESTACIONARIO.**

EL EJEMPLO 3 ES LA GENERALIZACIÓN BIVARIANTE DE UN SENDERO ALEATORIO EN EL QUE LAS DOS VARIABLES SE MUEVEN CONJUNTAMENTE.

Esto quedará más claro en el tema 8 al observar que el modelo de este ejemplo se puede escribir como

$$\Delta x_{1t} = -0.5\ (x_{t-1} - y_{t-1}) + a_{1t}$$
$$\Delta x_{2t} = 0.5\ (x_{t-1} - y_{t-1}) + a_{2t}$$

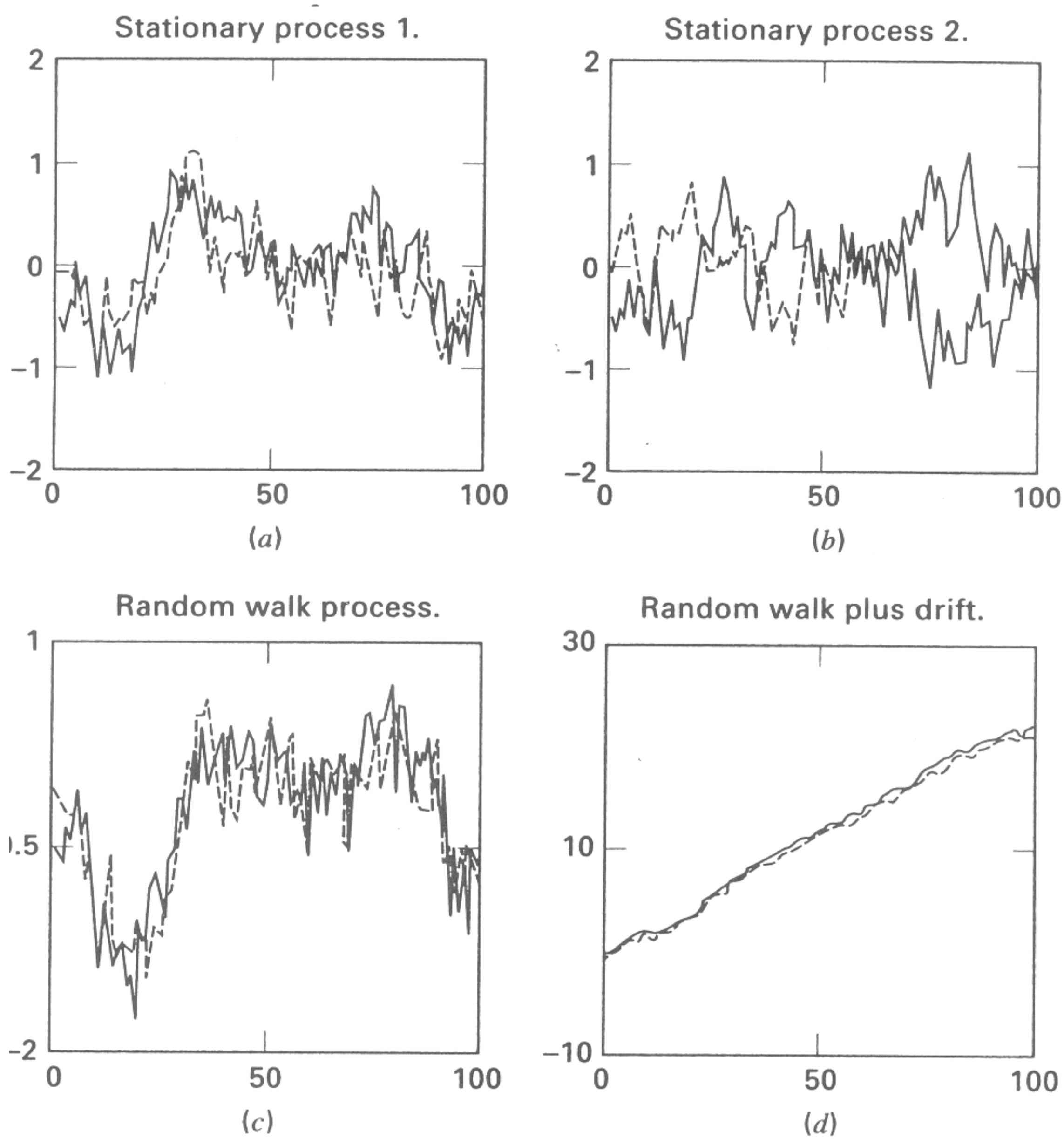
siendo el término $(x_{t-1} - y_{t-1})$ el que hace que x_t e y_t se muevan conjuntamente a largo plazo.

EJEMPLO 4

$$\begin{pmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1t-1} \\ x_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{pmatrix}$$

ES IGUAL QUE EL EJEMPLO ANTERIOR, PERO CON UN CRECIMIENTO DETERMINÍSTICO.

LA TRANSPARENCIA SIGUIENTE ,TOMADA DE ENDERS(1995), RECOGE EJEMPLOS DE SERIES ARTIFICIALES GENERADAS CON CADA UNO DE LOS 4 MODELOS ANTERIORES.



antoni.espasa@uc3m.es

EJEMPLO TOMADO DE BALLABRIGA Y SEBASTIÁN 1992

$$\begin{pmatrix} 1\text{-}1.003L + 0.00003L^2 & -0.001L\text{-}0.0008L^2 & -0.0008L\text{-}0.0005L^2 \\ 0.001L + 0.0003L^2 & 1\text{-}0.003L + 0.000003L^2 & 0.0006L+0.0004L^2 \\ -0.005L - 0.003L^2 & 0.008L+0.0005L^2 & 1\text{-}1.003L\text{-}0.0001L^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_t \\ d_t \\ alp_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0003 + & a_{rt} \\ .0001 + & a_{dt} \\ 0002 + & a_{alp_t} \end{pmatrix}$$

El modelo relaciona un tipo de interés a largo (r_t), el déficit público (d_t) y los activos líquidos en manos del público (alp_t). Las dos útlimas variables están medidas en ratios sobre el PIB.

LA DEPENDENCIA CONTEMPORÁNEA EN LA MATRIZ DE VARIANZAS Y COVARIANZAS

$$\Omega = \begin{pmatrix} ,000166 & & \\ ,000017 & 0,000097 & \\ 0,000024 & -0,000013 & 0,000465 \end{pmatrix}$$

antoni.espasa@uc3m.es

ESPECIFICACIÓN Y ESTIMACIÓN MODELOS VAR

antoni.espasa@uc3m.es

ESPECIFICACIÓN Y ESTIMACIÓN MODELOS VAR

Los modelos VAR se han popularizado en el análisis económico porque son relativamente sencillos de construir.

En la etapa de especificación inicial sólo hay que determinar el orden p del porceso que se puede hacer utilizando el estadístico AIC. Sobre el modelo VAR formulado como

$$X_t = c + \Phi_1 x_{t-1} + \ldots + \Phi p \ \ \mathrm{x}_{\text{t-p}} + a_t$$

antoni.espasa@uc3m.es

AIC MULTIECUACIONAL

A nivel multiecuacional

$$AIC = Tx \log\det[\Omega] + 2r,$$

donde Ω es la matriz de varianzas y covarianzas de los residuos y r el número total de parámetros estimados en todas las ecuaciones.

En la etapa de estimación ,un modelo VAR sin restricciones se puede estimar eficientemente aplicando MCO a cada ecuación aisladamente.

MODELOS VAR SIN RESTRICCIONES

- LOS MODELOS VAR SIN RESTRICCIONES SE PUEDEN ESTIMAR EFICIENTEMENTE APLICANDO MCO A CADA ECUACIÓN DE MODO INDIVIDUAL.
- SI EL MODELO VAR INCORPORA RESTRICCIONES LA ESTIMACIÓN EFICIENTE REQUIERE LA ESTIMACIÓN CONJUNTA DE TODAS LAS ECUACIONES.

ES DECIR,APLICANDO MÍNIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS AL SISTEMA DE n ECUACIONES.

PREDICCIÓN CON MODELOS VAR

- Sin embargo,la predicción de una variable en un modelo VAR necesita realizarse utilizando todo el modelo conjuntamente.
- En efecto, la predicción de una variable necesita de predicciones de otras variables que para su generación necesitan a su vez predicciones de la primera variable.

- **MODELOS VAR RECURSIVOS**

ESTRUCTURAS RESTRICTIVAS DE UN MODELO VAR DE INTERÉS PARA LA PREDICCIÓN

- Si las variables de un modelo VAR cumplen determinadas propiedades es posible simplificar el modelo VAR ,de modo que resulte más sencillo operar con él, sobre todo con fines de predicción.
- Estas restricciones se estudian en la sección siguiente, pero antes es necesario introducir el concepto de **causalidad en el sentido de Granger.**

Modelos VAR recursivos

- En ellos no hay realimentación .
- Se puede sacar del sistema VAR la ecuación de interés y
- hacer el estudio econométrico a partir de ella exclusivamente, de forma condicional a los valores de las variables explicativas.
- Lo anterior constituye un **modelo de regresión dinámica.**

MODELO VAR RECURSIVO

$$y_t = \phi_{11}\, y_{t-1} + a_{1t}$$
$$x_t = \phi_{21}\, y_{t-1} + \phi_{22}\, x_{t-1} + a_{2t}$$

$$Cov(a_{t1}, a_{2t'}) = \begin{cases} 0 & \text{if } t \neq t' \\ 0 & \text{if } t = t' \end{cases}$$

CAUSALIDAD EN EL SENTIDO DE GRANGER

CAUSALIDAD EN EL SENTIDO DE GRANGER

En un sistema bivariante de 2 variables (y,z),

la variable y no causa a la variable z en el sentido de Granger si

para todo s>0, el error cuadrático medio (ECM) de la predicción de z_{t+s} dado (z_1, …, z_t) es el mismo que el ECM de la predicción de z_{t+s} dado (y_1, …, y_t, z_1, …, z_t).

Para contrastar la causalidad de Granger de una variable y hacia una variable z se formula el modelo siguiente :

$$Z_t = c + \alpha_1 z_{t-1} + \ldots + \alpha_p z_{t-p} + \beta_1 y_{t-1} +$$

$$+ \ldots + \beta_p y_{t-p} + a_t \quad \text{y}$$

se contrasta la hipótesis

$$H_0 : \beta_1 = \ldots = \beta_p = 0.$$

Si no se rechaza H_0 se dice que la variable y no causa a la variable z en el sentido de Granger.

- En el modelo anterior puede ocurrir que
- \- la hipótesis H_0 sea cierta y en tal caso el pasado de la variable **y** no influye en la determinación del presente de la variable **z**,y se dice que **y no causa a z**.
- \-que H_0 no sea cierta ,en cuyo caso el pasado de la variable y afecta al presente de la variable z,y se dice que la variable **y causa a la z en el sentido de Granger.**

CAUSALIDAD DE GRANGER EN UN PAR DE VARIABLES (Z,Y)

- Con la regresión anterior se puede contrastar si la variable y causa o no a la z.
- Así mismo,mediante una regresión de y_t sobre sus propios retardos y sobre los retardos de z se puede contrastar si z causa o no a la variable y.

RESULTADOS DE CAUSALIDAD EN UN PAR DE VARIABLES (Z,Y)

En un par de variables (z,y) se puede contrastar:

(1) la causalidad de y sobre z y

(2)la de z sobre y,

a partir de dos regresiones:

(1) una sobre el regresando z_t y

(2) otra sobre el regresando y_t

con todos los retardos de z e y en ambos casos.

Los resultados pueden ser los siguientes:

-(A) ausencia de causalidad en ambos sentidos.En ambas regresiones no se rechaza que los retardos de la otra variable tengan coeficiente cero.

- -(B) causalidad unidireccional de y hacia z. Se rechaza la hipótesis H_0 en la primera regresión pero no en la segunda.
- -(C) causalidad unidireccional de z hacia y. No se rechaza H_0 en la primera regresión pero sí en la segunda.
- -(D) causalidad bidireccional. Se rechaza H_0 en ambas regresiones.

La causalidad en el sentido de Granger hay que interpretarla en el sentido de predicción y no en el de causalidad propiamente dicha.

UNA ESTRUCTURA DE CAUSALIDAD RESTRICTIVA EN UN MODELO VAR

Una estructura de causalidad que impone una simplificación que resulta muy operativa en un modelo VAR es la siguiente.

Los n componentes del vector de variables de un modelo VAR se pueden ordenar de 1 a n forma que las variables de orden menor no son causadas en el sentido de Granger por variables de orden mayor, En tal caso se tiene que la variable dependiente en cualquier ecuación viene causada en el sentido de Granger por las variables explicativas que aparecen en la ecuación,

pero tales variables explicativas no son causadas en el sentido de Granger por la variable dependiente en cuestión.

ESTRUCTURA DINÁMICA TRIANGULAR

- Cuando se cumple la estructura causal anterior se tiene que que todas las matrices Φ_i son triangulares.
- Se dice entonces que el modelo VAR tiene una estructura dinámica triangular.

Ejemplo.- Consideremos el modelo VAR (1) de dos variables (y_1, y_2)

$$\begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11} & 0 \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix},$$

Al ser $\Phi_{12} = 0$ la variable y_2 no causa (en el sentido de Granger) en y_1.

- EN EL EJEMPLO ANTERIOR LAS VARIABLES ESTÁN ORDENADAS COMO VARIABLES 1 Y 2.
- En él se ve que la variable de menor orden, 1,no viene causada en el sentido de Granger por la variable de mayor orden ,2,pues el coeficiente Φ_{12} es cero.
- Sin embargo la variable 1 sí que causa a la 2 en el sentido de Granger ya que Φ_{21} es distinto de cero.

MODELOS VAR RECURSIVOS

- 1.- En todas las ecuaciones de un VAR recursivo las causalidades son unidireccionales.
- 2.- Los residuos de las ecuaciones no tienen correlación conemporánea.
- Cualquier variable endógena puede explicarse por su modelo específico.

MODELOS UNIECUACIONALES CON DEPENDENCIA CONTEMPORÁNEA ENTRE LAS VARIABLES

Supóngase un modelo VAR(1) sobre dos variables, con estructura dinámica triangular pero con dependencia contemporánea entre los residuos:

$$x_t = \Phi_{11} x_{t-1} + a_{1t} \qquad (1.a)$$

$$y_t = \Phi_{21} x_{t-1} + \Phi_{22} y_{t-1} + a_{2t} \qquad (1.b)$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

El modelo anterior es un modelo VAR con restricciones y con matriz de varianzas y covarianzas residuales que no es diagonal.

Por lo que para su estimación eficiente se necesita utilizar todo el modelo.

Una alternativa a la estimación conjunta está en ortogonalizar los residuos.

Supóngase que la variable de interés es y_t.

Su dependencia contemporánea con x_t en el modelo VAR aparece en el parámetro σ_{12} que vincula a_{1t} y a_{2t}.

Para incorporar esa dependencia contemporánea en un modelo uniecuacional sobre y_t se puede utilizar la regresión:

$$a_{2t} = ba_{1t} + \varepsilon_t \qquad (2)$$

donde ε_t y a_{1t} son ortogonales.

Si en (2) se sustituye a_{1t} por su valor en (1.a) se tiene

$$a_{2t} = bx_t – b\Phi_{11}\, x_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (3)$$

Sustituyendo (3) en (1.b)

$$y_t = bx_t + (\Phi_{21} - b\Phi_{11})\, x_{t-1} + \Phi_{22}\, y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (4)$$

$$y_t = bx_t + b_1\, x_{t-1} + \Phi_{22}\, y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (5)$$

Ahora el modelo VAR se puede formular como

$$x_t = \Phi_{11}\, x_{t-1} + a_{1t} \qquad (6.1)$$

$$y_t = bx_t + b_1\, x_{t-1} + \Phi_{22}\, y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (6.2)$$

Que tiene estructura dinámica triangular y una matriz de varianzas y covarianzas diagonal:

$$\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma^2 \end{pmatrix}$$

En la transparencia anterior σ^2 es la varizanza de ε_t, que es también el residuo de la regresión (2).

Recordando resultados sobre el modelo de regresión simple, de (2) se tiene que

$$\sigma_2^2 = \beta^2 \sigma_1^2 + \sigma^2 \qquad (7)$$

El coeficiente de regresión β es

$$\beta = \rho \frac{\sigma_2}{\sigma_1}, \qquad (8)$$

Donde ρ es la correlación $(\sigma_{12}/\sigma_1\sigma_2)$ entre a_{1t} y a_{2t}.

Sustituyendo (8) en (7) se tiene que

$$\sigma_2^2 = \rho^2 \sigma_2^2 + \sigma^2 \quad \text{y} \quad \sigma^2 = \sigma_2^2 (1 - \rho^2) \qquad (9)$$

En el sistema (6) es posible sacar la ecuación (6.2) y trabajar con ella asiladamente.

La ecuación (6.2) se estima eficientemente por MCO.

Su utilización en la predicción sólo será de interés si la observación de x_t se publica con anterioridad a la de y_t.

Esto último suele ocurrir cuando x_t es un indicador de confianza sobre un sector macroeconómico en y_t la medición de dicho sector, por ejemplo, y_t puede ser la producción industrial.

Los resultados anteriores ponen de manifiesto que los modelos uniecuaciones pueden incluir como regresores los valores contemporáneos de las variables explicativas.

Modelos VAR

y

variables

exógenas.

EXOGENEIDAD Y NO ESTACIONARIEDAD

Al principio de este tema se señalaba que los modelos VAR se formulaban sobre variables estacionarias o sobre las transformaciones estacionarias adecuadas de las variables originales.

En el tema siguiente se verá cómo obtener formulaciones estacionarias adecuadas cuando se tiene un modelo vectorial.

Ahora conviene señalar que cuando las variables explicativas son exógenas,tal como se supone en el resto de este tema,el tratamiento de la no estacionariedad es más sencillo,tal como se explica a continuación.

EL CONCEPTO DE EXOGENEIDAD

- El concepto de exogeneidad hace referencia a que es posible realizar con el modelo econométrico un determinado tipo de análisis condicional a la información sobre las variables exógenas sin pérdida de eficiencia.

VARIABLES ENDÓGENAS Y EXÓGENAS.

Variables endógenas son las que se determinan en el sistema.

Varios conceptos de variables exógenas según sea la finalidad para la que se quiera utilizar el modelo.

VARIABLES PREDETERMINADAS

- VARIABLES PREDETERMINADAS-para fines de estimación e inferencia- son variables que son **independientes de la innovación contemporánea de la ecuación en la que aparecen como variables explicativas**.
- En modelos lineales sin restricciones el concepto de variables predeterminadas coincide con el de variables débilmente exógenas. Este último concepto es más elaborado y se necesita en contextos de modelos más generales.

VARIABLES ESTRICTAMENTE EXÓGENAS- para fines de predicción- Son variables que son **independientes de la innovación contemporánea y también de las innovaciones pasadas de la ecuación en la que aparecen como variables explicativas.**

En modelos lineales sin restricciones el concepto de variables estrictamente exógenas coincide con el de variables fuertemente exógenas.

UNA VARIABLE FUERTEMENTE EXÓGENA cumple:

-es débilmente exógena y

-no es causada en el sentido de Granger por la variable dependiente correspondiente.

Los modelos VAR, que no son mas que sistemas de regresiones múltiples, se derivan directamente de la función de distribución de los datos y se les denomina MODELOS ECONOMÉTRICOS DE FORMA REDUCIDA.

En ellos las variables explicativas son débilmente exógenas y
toda la relación contemporánea radica en las covarianzas residuales.

LA PREDICCIÓN CON MODELOS VAR

- En los modelos VAR las variables explicativas no son fuertemente exógenas, pues hay causalidad bidireccional entre cualquier par de variables,y
- en la predicción de una sola variable es necesario utilizar todo el sistema de ecuaciones.
-

MODELOS VAR RECURSIVOS

- Se dice que un modelo VAR es recursivo si:
- (a) es posible ordenar las variables de forma que la matriz de polinomios dinámicos tenga una estructura triangular y
- (b) la matriz de varianzas y covarianzas es diagonal.

IMPLICACIONES DE LA HIPÓTESIS DE RECURSIVIDAD

- Cuando se cumple la hipótesis de recursividad todas las variables explicativas en cualquier ecuación son fuertemente exógenas.
- El modelo se estima eficientemente aplicando MCO a cada ecuación aisladamente.

IMPLICACIONES DE LA HIPÓTESIS DE RECURSIVIDAD

La predicción de una determinada variable se puede realizar utilizando aisladamente su correspondiente ecuación incorporando predicciones de las variables explicativas.

Para estas últimas predicciones se utilizarán, también de forma aislada,sus correspondientes ecuaciones.

Frente a los modelos de forma reducida están los modelos ESTRUCTURALES simultáneos:

(1) Que se derivan de la Teoría Económica.

(2)Recogen una relación contemporánea entre las variables en la formulación sistemática.

(3)Contienen restricciones.

Resolviendo el modelo estructural se obtiene un modelo de FORMA REDUCIDA CON RESTRICCIONES.

X

Los modelos estructurales de ecuaciones simultáneas se desarrollaron a partir de los años cuarenta en el seno de la COWLES COMMISSION.

Posteriormente, Sims (1980), se han formulado también modelos VAR estructurales operando sobre la matriz de varianzas y covarianzas residuales.

X

MODELOS ECONOMETRICOS UNIECUACIONALES

- En el caso de sistemas VAR recursivos, puede contemplarse un modelo econométrico uniecuacional sobre la variable de interés en función de las restantes variables que actúan como explicativas y que ,en las condiciones señaladas, tienen la calidad de variables exógenas.
- NOTA: observese la diferencia entre los modelos univariantes del tema anterior y los modelos econométricos uniecuacionales que incluyen variables explicativas.

Modelos econométricos uniecuacionales en la empresa

- Estos modelos son de utilidad cuando quiere analizarse la dependencia de una variable de empresa en función:
- (a) de variables nacionales, como el producto interior bruto, consumo privado, empleo, paro, índices de precios o deflactores;

- (b) variables demográficas, etc.;
- (c) internacionales como la producción mundial, el producto interior bruto de países relevantes, índices de precios de tales países, precios internacionales de materias primas, etc.; o
- (d) incluso de ciertas variables de la misma empresa como gasto en publicidad.

- En todos estos casos parece razonable suponer que no hay realimentación desde las variables explicativas hacia las variables de empresa.
- En ausencia de realimentación las variables explicativas son exógenas.
- **Este tema se dedica al estudio de modelos econométricos uniecuacionales con variables exógenas**, pero **es importante tener presente que se derivan de un contexto multiecuacional , restringido debido a la causalidad unidireccional**.

EL MODELO DE REGRESIÓN DINÁMICA MULTIPLE

SOBRE VARIABLES ESTACIONARIAS

Modelos uniecuacionales dinámicos.

Formulaciones alternativas:

a) Módelos de función de transferencia o retardos racionales.

b) Modelos de retardos autorregresivos distribuidos (ADL).

MODELOS UNIECUACIONALES

FORMULACIONES ALTERNATIVAS DEL MODELO DE REGRESIÓN DINÁMICA

Un modelo uniecuacional extraido de un VAR recursivo no es más que un modelo de regresión dinámica múltiple.

Éste se puede formular:

(a) de la forma habitual en un modelo de regresión y entonces se le denomina modelo autorregresivo de retardos distribuidos(ADL) y

(b) en forma de cocientes de polinomios y entonces se le denomina modelo de retardos racionales o de función de transferencia(FT).

FORMULACIÓN DEL MODELO DE REGRESIÓN DINÁMICA EN TÉRMINOS AURORREGRESIVOS CON RETARDOS DISTRIBUIDOS (ADL)

- Se supone que x_1, x_2, … x_k son k variables fuertemente exógenas con respecto a Y.
- La formulación general del modelo ADL es:

$$\alpha(L)\, y_t = \beta_1(L)x_{1t} + \beta_2(L)x_{2t} + \ldots\ \beta_k(L)x_{kt} + a_t$$

donde $\alpha(L)$, $\beta_1(L)$, … $\beta_k(L)$ son polinomios en el operador de retardos.

Ejemplo: $\mathbf{y_t = 0.5y_{t-1}+0.2x_{t-1}+0.1x_{t-2}+a_t}$

$$(1-0.5L)y_t = (0.2L+0.1L^2)x_t + a_t$$

MODELOS ADL

La estructura general es

$$\alpha(L)\, y_t = \beta_1(L)\, x_{1t} + \beta_2(L)\, x_{2t} + \dots + \beta_k(L)\, x_{kt} + a_t \qquad (1)$$

Su formulación consiste en poner suficientes retardos de la variable endógena y en las variables exógenas de modo que el término residual sea ruido blanco.

Tal formulación sólo necesita de la teoría Económica la especificación del vector de variables (y_t, x_{1t}, ..., x_{kt})

MODELOS DE FT

Su estructura general es

$$y_t = \sum_{j=1}^{k} \frac{w_j(L)}{\delta_j(L)} x_{jt} + \frac{\theta(L)}{\phi(L)} a_t. \qquad (2)$$

En él la relación dinámica entre y_t y cada variable explicativa x_{jt} viene recogida por un cociente de polinomios:

$$w_j(L) \,/\, \delta_j\,(L),$$

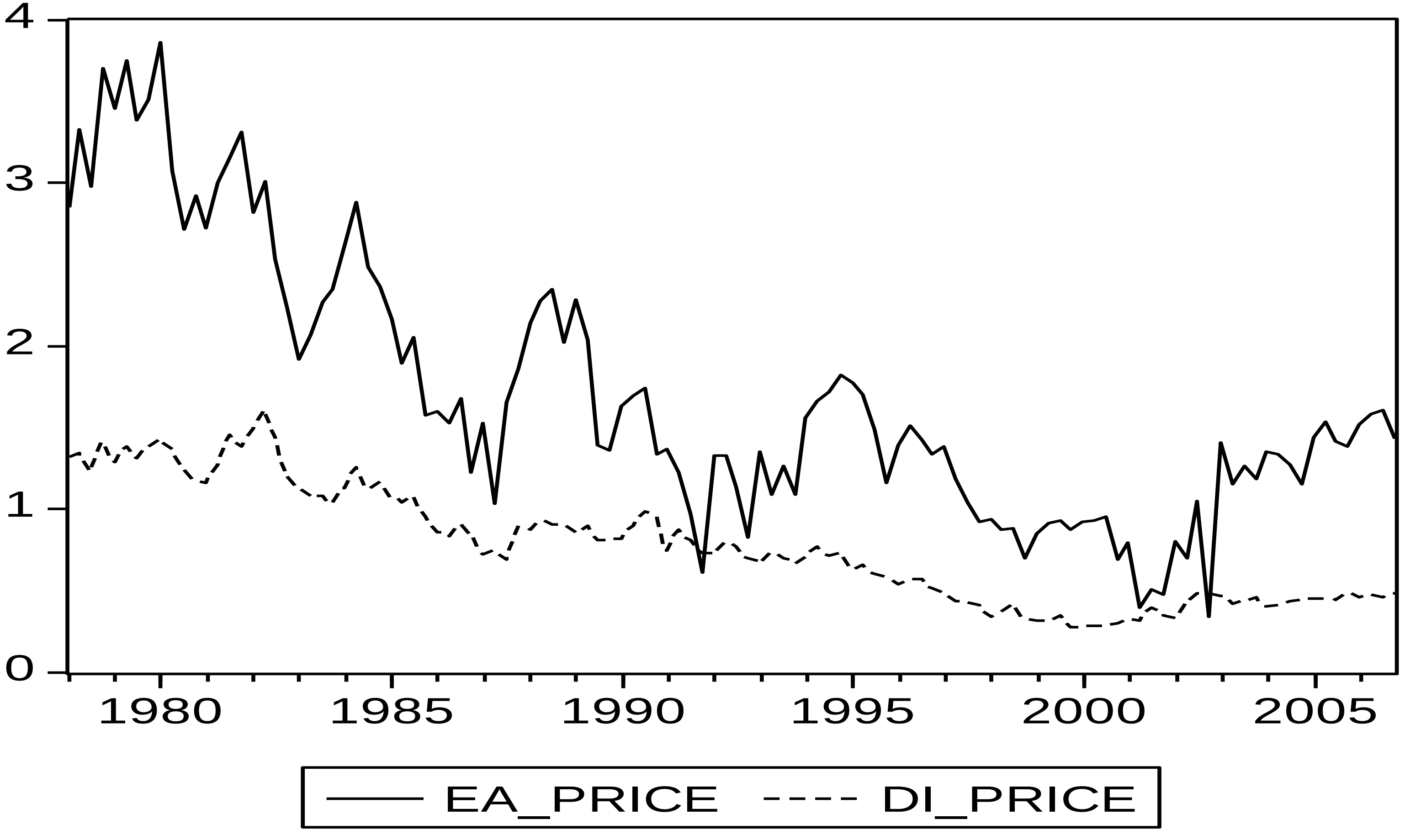
Además las variables omitidas pueden tener un efecto dinámico en y_t y se recoge en un término residual:

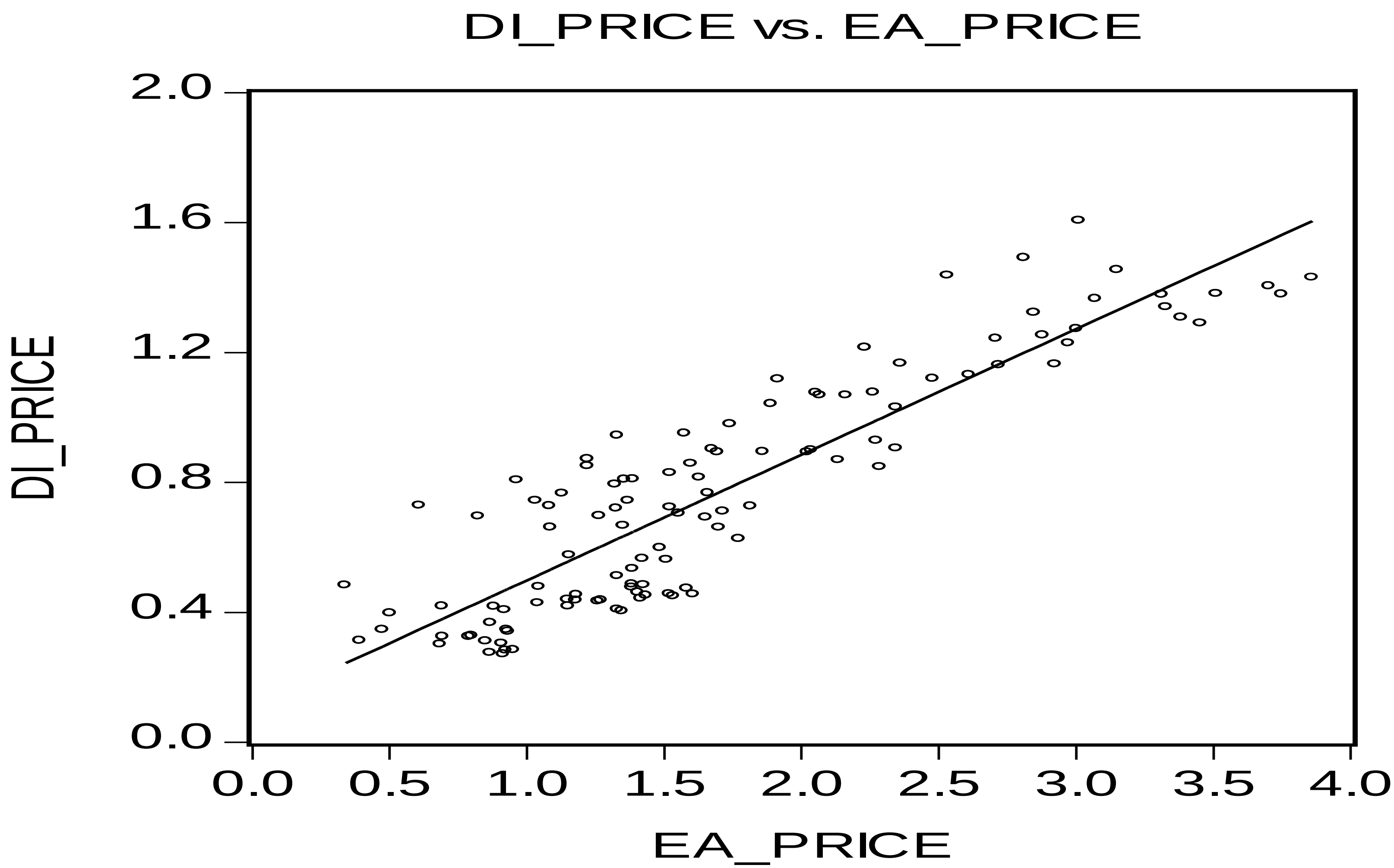
$$N_t = \frac{\theta(L)}{\phi(L)} a_t.$$

EJEMPLO

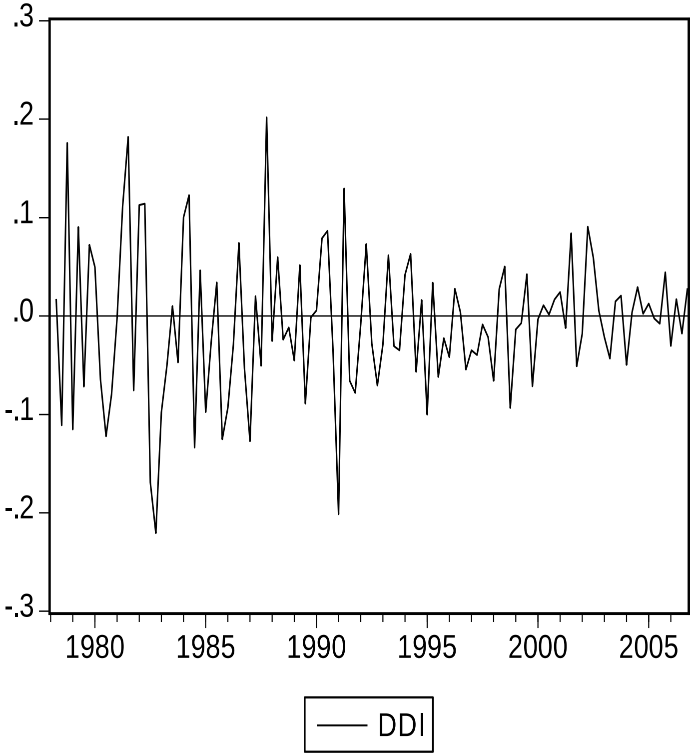
preparado por la profa. Ana Pérez Espartero

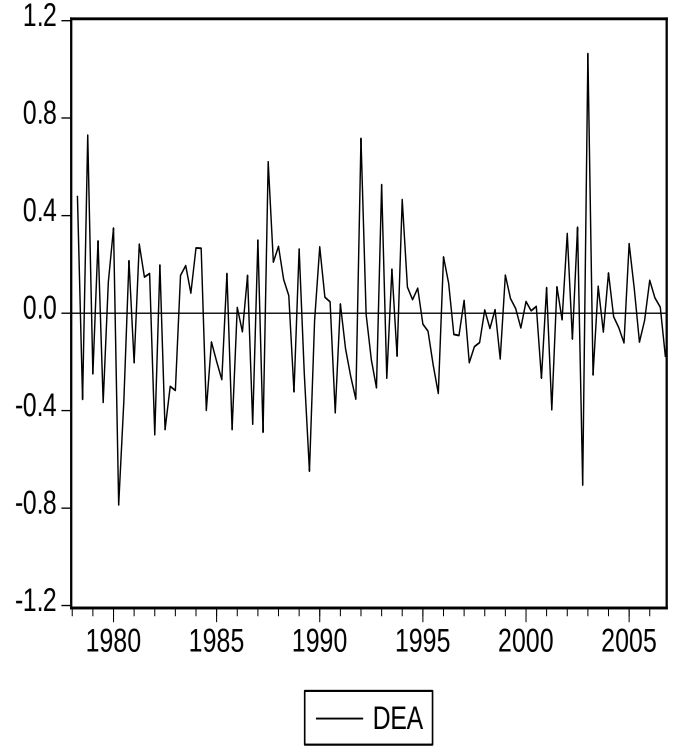
- Ejemplo sobre dividendos y beneficios , tras una transformación estacionaria de ambas variables.


4
3
2
1
0
1980
1985
1990
1995
2000
2005
EA_PRICE
DI_PRICE



DI_PRICE vs. EA_PRICE
DI_PRICE
EA_PRICE
2.0
1.6
1.2
0.8
0.4
0.0
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0


.3
.2
.1
.0
-.1
-.2
-.3
1980
1985
1990
1995
2000
2005
DDI


1.2
0.8
0.4
0.0
-0.4
-0.8
-1.2
1980
1985
1990
1995
2000
2005
DEA

Hypothesis Testing for DDI
Sample (adjusted): 1978Q2 2006Q4
Included observations: 115 after adjustments
Test of Hypothesis: Mean = 0

Sample Mean = -0.007294
Sample Std. Dev. = 0.073998

	Value	Probability
t-statistic	-1.056988	0.2928

$E(\Delta D_t)=0$ CAN NOT be rejected

Hypothesis Testing for DEA
Sample (adjusted): 1978Q2 2006Q4
Included observations: 115 after adjustments
Test of Hypothesis: Mean = 0

Sample Mean = -0.012349
Sample Std. Dev. = 0.296744

Method	Value	Probability
t-statistic	-0.446278	0.6562

$E(\Delta E_t)=0$ CAN NOT be rejected

DIVIDENDS

Correlogram

<table>
<tr><td colspan="6">Sample: 1978:1 2006:4 Included observations: 116</td></tr>
<tr><th>Autocorrelation</th><th>Partial Correlation</th><th></th><th>AC</th><th>PAC</th><th>Q-Stat</th><th>Prob</th></tr>
<tr><td>.|*******|</td><td>.|*******|</td><td>1</td><td>0.965</td><td>0.965</td><td>110.83</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|*******|</td><td>.|. |</td><td>2</td><td>0.933</td><td>0.024</td><td>215.32</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|*******|</td><td>.|. |</td><td>3</td><td>0.906</td><td>0.063</td><td>314.77</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|*******|</td><td>.|. |</td><td>4</td><td>0.876</td><td>-0.051</td><td>408.63</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|*******|</td><td>.|. |</td><td>5</td><td>0.850</td><td>0.043</td><td>497.81</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|****** |</td><td>.|. |</td><td>6</td><td>0.825</td><td>-0.007</td><td>582.53</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|****** |</td><td>.|* |</td><td>7</td><td>0.810</td><td>0.140</td><td>664.83</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|****** |</td><td>.|. |</td><td>8</td><td>0.796</td><td>0.030</td><td>745.16</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|****** |</td><td>*|. |</td><td>9</td><td>0.771</td><td>-0.153</td><td>821.20</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|****** |</td><td>*|. |</td><td>10</td><td>0.743</td><td>-0.074</td><td>892.51</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|****** |</td><td>.|. |</td><td>11</td><td>0.717</td><td>-0.007</td><td>959.48</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|***** |</td><td>.|. |</td><td>12</td><td>0.691</td><td>0.011</td><td>1022.3</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|***** |</td><td>.|. |</td><td>13</td><td>0.665</td><td>-0.005</td><td>1081.1</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|***** |</td><td>.|. |</td><td>14</td><td>0.637</td><td>-0.041</td><td>1135.6</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|***** |</td><td>**|. |</td><td>15</td><td>0.601</td><td>-0.202</td><td>1184.6</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|**** |</td><td>.|* |</td><td>16</td><td>0.574</td><td>0.080</td><td>1229.7</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|**** |</td><td>*|. |</td><td>17</td><td>0.538</td><td>-0.137</td><td>1269.7</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|**** |</td><td>*|. |</td><td>18</td><td>0.493</td><td>-0.131</td><td>1303.6</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|*** |</td><td>.|. |</td><td>19</td><td>0.456</td><td>0.044</td><td>1332.9</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|*** |</td><td>.|* |</td><td>20</td><td>0.430</td><td>0.147</td><td>1359.2</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|*** |</td><td>.|. |</td><td>21</td><td>0.407</td><td>0.006</td><td>1383.1</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|*** |</td><td>.|* |</td><td>22</td><td>0.389</td><td>0.102</td><td>1405.1</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|*** |</td><td>.|. |</td><td>23</td><td>0.370</td><td>-0.015</td><td>1425.2</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|*** |</td><td>.|. |</td><td>24</td><td>0.353</td><td>0.001</td><td>1443.8</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|*** |</td><td>*|. |</td><td>25</td><td>0.329</td><td>-0.094</td><td>1460.1</td><td>0.000</td></tr>
</table>

ADL models IN FIRST DIFFERENCES: *ΔDIVID =f(ΔEARN)*

(CALCULOS HECHOS CON **PCGETS**)

Sample: 1978:1-2004:4

GUM Modelling DDi by GETS (using SP500_QUARTERLY_78), 1979(3)-2004(4)

	Coeff	StdError	t-value	t-prob
Constant	-0.00447	0.00664	-0.673	0.5029
DDi_1	-0.22286	0.10492	-2.124	0.0364
DDi_2	-0.09403	0.10572	-0.889	0.3762
DDi_3	-0.02942	0.10455	-0.281	0.7790
DDi_4	0.17383	0.10378	1.675	0.0974
DDi_5	0.00229	0.09838	0.023	0.9815
DEa	0.12007	0.02454	4.892	0.0000
DEa_1	0.12709	0.02788	4.558	0.0000
DEa_2	0.06464	0.02928	2.208	0.0298
DEa_3	0.02381	0.02963	0.804	0.4238
DEa_4	-0.06337	0.02998	-2.114	0.0373
DEa_5	-0.00619	0.02766	-0.224	0.8235

RSS	0.35357	sigma	0.06268	R^2	0.35967	Radj^2	0.28141
LogLik	288.89690	AIC	-5.42935	HQ	-5.30430	SC	-5.12053
T	102	p	12	FpNull	0.00002	FpConst	0.00002

	value	prob	alpha
Chow(1992:2)	0.4202	0.9981	0.0100
Chow(2002:2)	0.8615	0.5721	0.0100
normality test	2.1432	0.3425	0.0100
AR 1-4 test	2.0182	0.0990	0.0100
ARCH 1-4 test	4.0920	0.0045	0.0000
hetero test	1.9443	0.0199	0.0050

Significance levels (alpha) set for subsequent tests; 1 test with alpha = 0 excluded.

Specific model of DDi, 1979 (3) - 2004 (4)

	Coeff	StdError	t-value	t-prob	Split1	Split2	reliable
DDi_4	**0.18257**	0.08888	2.054	0.0426	0.0067	0.0159	1.0000
DEa	**0.12452**	0.02293	5.432	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
DEa_1	**0.09613**	0.02223	4.325	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
DEa_4	**-0.06811**	0.02277	-2.991	0.0035	0.0005	0.0041	1.0000

$$\Delta D_t = 0.1826\ \Delta D_{t-4} + 0.1245\ \Delta E_t + 0.0961 \Delta E_{t-1} - 0.0681\ \Delta E_{t-4} + \varepsilon_t$$

RSS	0.38090	sigma	0.06234	R^2	0.31018	Radj^2	0.28906
LogLik	285.09998	AIC	-5.51176	HQ	-5.47008	SC	-5.40882
T	**102**	p	4	FpNull	0.00000	FpGUM	0.54524

	value	prob
Chow(1992:2)	0.4023	0.9991
Chow(2002:2)	0.9175	0.5211
normality test	0.8803	0.6439
AR 1-4 test	2.0348	0.0958
hetero test	2.0493	0.0494

CONSTRUCCION DE UN MODELO ECONOMETRICO DINAMICO UNI-ECUACIONAL.

- SUPONEMOS QUE **NO HAY COINTEGRACIÓN** ENTRE LAS VARIABLES Y QUE EL MODELO VAR CORRESPONDIENTE ES RECURSIVO.
- 1.- Seleccionar las variables.
- 2.- Contrastar la integración en todas las variables.
- 3.- Obtaner la transformación estacionaria de los datos.
- 4.-Estimar un modelo ADL para la variable de interés poniendo un número p de retardos amplio, por ejemplo aplicando PLL.
- 5.-Simplificar el modelo anterior eliminando las variables no significativas. **NOTA: esta no es la forma más correcta de hacerlo.**

- **SELECCIÓN DE VARIABLES Y FORMULACION DEL MODELO.**

CONSTRUCCION DE UN MODELO ECONOMETRICO DINAMICO UNI-ECUACIONAL.

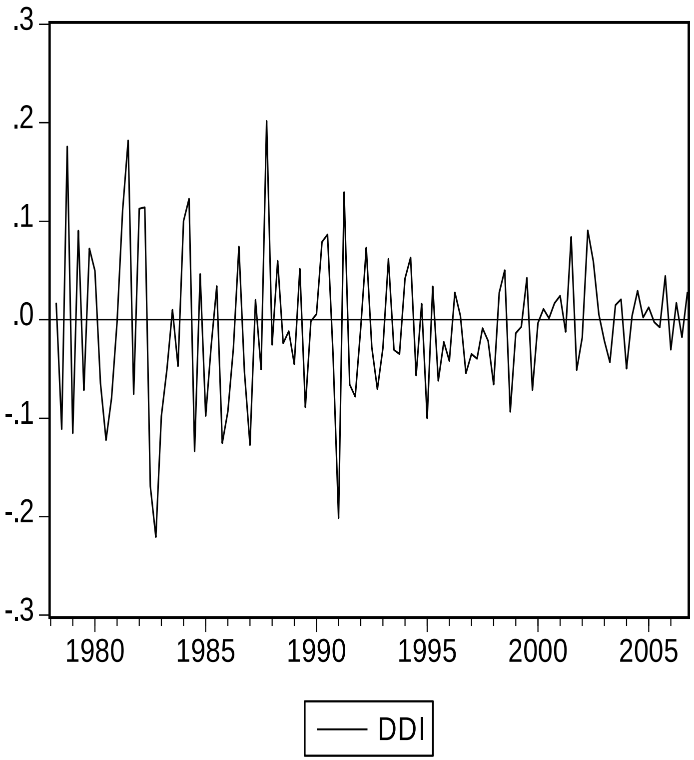
- SUPONEMOS QUE NO HAY COINTEGRACIÓN ENTRE LAS VARIABLES Y QUE EL MODELO VAR CORRESPONDIENTE ES RECURSIVO.
- 1**.- Seleccionar las variables**.
- 2.- Contrastar la integración en todas las variables.
- 3.- Obtaner la transformación estacionaria de los datos.
- 4.-Estimar un modelo ADL para la variable de interés poniendo un número p de retardos amplio.
- 5.-Simplificar el modelo anterior eliminando los regresores no significativos. **NOTA: esta no es la forma más correcta de hacerlo.**

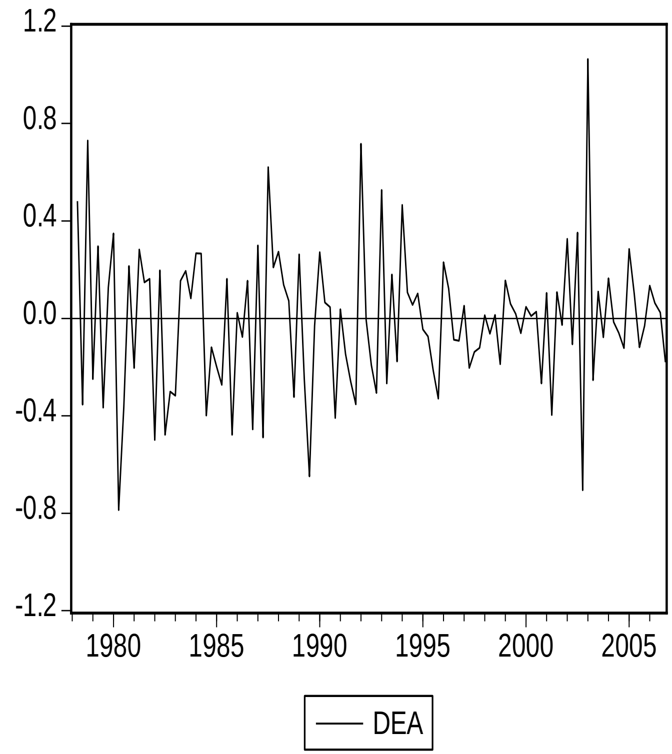
Ejemplo de dividendos y beneficios.

- Cuestión de interés: predecir los dividendos.
- Variables determinantes: los beneficios que obtienen las empresas.
- Hipótesis de cuasalidad: unidireccional desde beneficios a dividendos. Los beneficios pueden considerarse como exógenos y construir un modelo uniecuacional para los dividendos.

PASOS PARA LA CONSTRUCCION DEL MODELO.

- Contrastar la integración de las variables.
- Las variables son trimestrales pero no muestran estacionalidad, por lo que el nivel de integración se contrasta con el estadístico DF.
- Se obtiene que ambas son I(1). Por lo que el modelo se formulara sobre las transformaciones estacionarias. Más adelante volveremos sobre el tema de formular una relación entre niveles entre estas variables.


.3
.2
.1
.0
-.1
-.2
-.3
1980
1985
1990
1995
2000
2005
DDI


1.2
0.8
0.4
0.0
-0.4
-0.8
-1.2
1980
1985
1990
1995
2000
2005
DEA

MODELIZACIÓN DE LO GENERAL A LO PARTICULAR

- Modelo general con 5 retardos para cada variable.
- Simplificación hacia un modelo particular adecuado a los datos.

ADL models IN FIRST DIFFERENCES: *ΔDIVID =f(ΔEARN)*

(CALCULOS HECHOS CON **PCGETS**)

Sample: 1978:1-2004:4

GUM Modelling DDi by GETS (using SP500_QUARTERLY_78), 1979(3)-2004(4)

	Coeff	StdError	t-value	t-prob
Constant	-0.00447	0.00664	-0.673	0.5029
DDi_1	-0.22286	0.10492	-2.124	0.0364
DDi_2	-0.09403	0.10572	-0.889	0.3762
DDi_3	-0.02942	0.10455	-0.281	0.7790
DDi_4	0.17383	0.10378	1.675	0.0974
DDi_5	0.00229	0.09838	0.023	0.9815
DEa	0.12007	0.02454	4.892	0.0000
DEa_1	0.12709	0.02788	4.558	0.0000
DEa_2	0.06464	0.02928	2.208	0.0298
DEa_3	0.02381	0.02963	0.804	0.4238
DEa_4	-0.06337	0.02998	-2.114	0.0373
DEa_5	-0.00619	0.02766	-0.224	0.8235

RSS	0.35357	sigma	0.06268	R^2	0.35967	Radj^2	0.28141
LogLik	288.89690	AIC	-5.42935	HQ	-5.30430	SC	-5.12053
T	102	p	12	FpNull	0.00002	FpConst	0.00002

	value	prob	alpha
Chow(1992:2)	0.4202	0.9981	0.0100
Chow(2002:2)	0.8615	0.5721	0.0100
normality test	2.1432	0.3425	0.0100
AR 1-4 test	2.0182	0.0990	0.0100
ARCH 1-4 test	4.0920	0.0045	0.0000
hetero test	1.9443	0.0199	0.0050

Significance levels (alpha) set for subsequent tests; 1 test with alpha = 0 excluded.

Specific model of DDi, 1979 (3) - 2004 (4)

	Coeff	StdError	t-value	t-prob	Split1	Split2	reliable
DDi_4	**0.18257**	0.08888	2.054	0.0426	0.0067	0.0159	1.0000
DEa	**0.12452**	0.02293	5.432	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
DEa_1	**0.09613**	0.02223	4.325	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
DEa_4	**-0.06811**	0.02277	-2.991	0.0035	0.0005	0.0041	1.0000

$$\Delta D_t = 0.1826\ \Delta D_{t-4} + 0.1245\ \Delta E_t + 0.0961 \Delta E_{t-1} - 0.0681\ \Delta E_{t-4} + \varepsilon_t$$

RSS	0.38090	sigma	0.06234	R^2	0.31018	Radj^2	0.28906
LogLik	285.09998	AIC	-5.51176	HQ	-5.47008	SC	-5.40882
T	**102**	p	4	FpNull	0.00000	FpGUM	0.54524

	value	prob
Chow(1992:2)	0.4023	0.9991
Chow(2002:2)	0.9175	0.5211
normality test	0.8803	0.6439
AR 1-4 test	2.0348	0.0958
hetero test	2.0493	0.0494

- EN EL EJEMPLO ANTERIOR LAS VARIABLES ESTÁN ORDENADAS COMO VARIABLES 1 Y 2.
- En él se ve que la variable de menor orden, 1,no viene causada en el sentido de Granger por la variable de mayor orden ,2,pues el coeficiente Φ_{12} es cero.
- Sin embargo la variable 1 sí que causa a la 2 en el sentido de Granger ya que Φ_{21} es distinto de cero.
- En el ejemplo anterior de dividendos y beneficios el modelo entre ambas variables es un VAR triangular: los dividendos dependen de los beneficios, pero no al revés.

Predicción con el modelo de regresión múltiple dinámica.

PREDICCION DE LOS DIVIDENDOS EN FUNCIÓN DE LOS BENEFICIOS

- El modelo estimado es:
- $\Delta D_{n+h} = 0.18\ \Delta D_{n+h-1} + 0{,}12\ \Delta E_{n+h} + 0.10\ \Delta E_{n+h-1} - 0.07\ \Delta E_{n+h-4} + \varepsilon_{n+h}$.

Para h =1

todo es conocido menos $0{,}12\ \Delta E_{n+1}$ que se predecirá con su modelo univariante.

Para h=2, h=3 y h=4

se desconocen los beneficios en n+2 y n+1, en n+3 y n+2 y en n+4 y n+3, respectivamente, que habrá que predecir.

Se desconoce también el valor de los dividendos en el periodo anterior y habrá que utilizar la predicción ya realizada sobre ese valor.

Para h› 5 todos los regresores son desconocidos y hay que sustituirlos por su predicción.

LIMITE DE LA FUNCIÓN DE PREDICCIÓN DE ΔD_{n+h}

– Recuérdese que regresando y regresores son variables estacionarias con medias cero.

– La predicción de ΔD_{n+h} tiene dos componentes:

- un pasado autoregresivo y
- una dependencia respecto a una variable I(0,1).

- Ambos componentes tienden a su media que es cero ,por lo que la predicción de ΔD_{n+h} cuando h tiende a infinito es cero.

EL ERROR DE PREDICCION

- Es la suma algebráica de dos errores de predicción de variables estacionarias.
- En el límite la predicción es cero, con lo que el error será el global de la variable ΔD_{n+h} .
- La varianza del error de predicción empieza siendo Var (ε) y en el límte es Var (ΔD_t). Como toda variable estacioanaria su incertidumbre futura está acotada.

LA PREDICCION DE LA VARIABLE NO ESTACIONARIA D_{n+h}

- $D_{n+h} = D_n + \Delta D_{n+1} + \ldots + \Delta D_{n+h}$.
- Su predicción es D_n más las predicciones de todos sus incrementos desde n+1 hasta n+h., que se han realizado en las diapositivas anteriores.
- El límite de la función de predicción es una constante que depende de las condiciones iniciales en n.
- La estructura de su error crece sin límite y por tanto también su varianza,

Modelos con variables integradas. Regresiones espurías. Cointegración.

antoni.espasa@uc3m.es

MODELOS EQUILIBRADOS

Un modelo econométrico uniecuacional está equilibrado si incluye toda la estructura que la variable endógena necesita,

en cuyo caso el término a_t es realmente una innovación y, por tanto, un componente ruido blanco.

Si un modelo no está equilibrado,

como y_t está ligada por un signo igual con la parte derecha del modelo,

se tendrá que a_t no será ruido blanco indicando que el modelo está mal especificado.

EL MODELO UNIECUACIONAL EN UNA VARIABLE ENDÓGENA NO ESTACIONARIA.

En un modelo equilibrado la posible no estacionariedad de la variable endógena sólo puede venir explicada:

-(a) por lo no estacionariedad de las variables exógenas

-(c) por raíces unitarias en el polinomio autorregresivo de la variable dependiente.

$$\alpha(L)\, y_t = \beta_1(L)x_{1t} + \beta_2(L)x_{2t} + \ldots\ \beta_k(L)x_{kt} + a_t$$

antoni.espasa@uc3m.es

MODELO SOBRE LAS VARIABLES EN NIVELES

Si la no estacionariedad de la variable endógena viene plenamente explicada por la no estacionariedad de las variables exógenas

el término residual - que recoge el efecto de las variables omitidas – será estacionario**.[contraste de cointegración]**

En este caso las variables explicativas determinan lo que puede ser el componente más importante de la variable endógena :su evolutividad en el nivel.

En este caso el modelo se formula sobre las variables en niveles. Ver versión de **mecanismo de corrección del equilibrio.**

antoni.espasa@uc3m.es

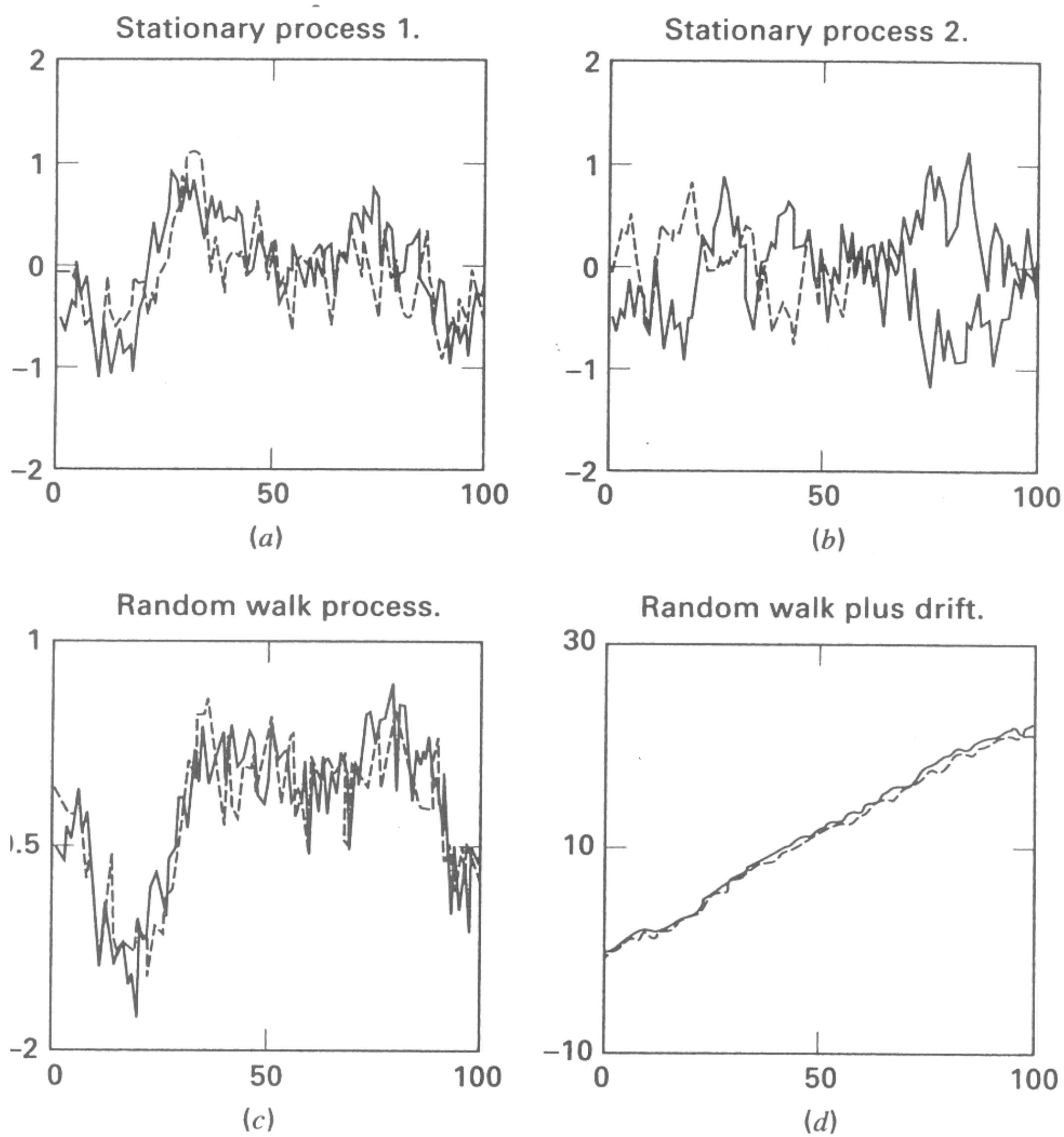
Un modelo sobre variables no estacionarias en niveles y con un término residual estacionario, por ejemplo,

$$(1 - \Phi_{22} L)\, y_t = (b + b_1 L)\, x_t + \varepsilon_t \quad , \qquad (10)$$

$$y_t = b x_t + b_1\, x_{t-1} + \Phi_{22}\, y_{t-1} + \varepsilon_t \quad , \qquad (11)$$

donde y_t e x_t son I(1),

Implica que siendo ambas variables I(1) existe una vinculación entre sus evoluciones a largo plazo, ya que la regresión dinámica entre ellas tiene residuos meramente estacionarios. Véase la segunda fila de gráficos de la transparencia siguiente.



antoni.espasa@uc3m.es

- **MODELO DE CORRECCION DEL EQUILIBRIO**
- Anteriormente se denominaba de corrección del error.

Para entender tal relación restemos y_{t-1} a ambos lados de (11)

$$\mathbf{y_t = bx_t + b_1\, x_{t-1} + \Phi_{22}\, y_{t-1} + \varepsilon_t} \quad , \qquad (11)$$

y sumemos y restemos bx_{t-1}, con lo que

$$\Delta y_t = b\Delta x_t + (b + b_1)\, x_{t-1} + (\Phi_{22}-1)\, y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (11)$$

Que finalmente se pude formular como

$$\mathbf{\Delta y_t = b\Delta x_t + \alpha\, (y_{t-1} - \beta x_{t-1}) + \varepsilon_t} \qquad (12)$$

donde $\alpha = \Phi_{22}-1$ (13)

$$\beta = (b + b_1) / (1 - \Phi_{22}) \qquad (14)$$

antoni.espasa@uc3m.es

El modelo ADL y su formulación en términos del mecanismo de corrección del equilibrio

- El modelo (11) es un modelo ADL de orden dinámico p=1, pues tanto el polinómio sobre y_t como x_t son de orden uno.
- Es un modelo sobre las variables en niveles.
- Lo visto en la diapositiva anterior demuestra que se puede formular como un modelo (12) en el que las variables están diferenciadas pero en el que entra un término en niveles retardado un periodo:

$$\alpha\,(y_{t-1} - \beta x_{t-1}),$$

por lo que **(12) continúa siendo un modelo en niveles (camuflado).**

El modelo (12) expresa Δy_t que es estacionaria en términos de Δx_t, que también es estacionaria, de ε_t, que además es ruido blanco y de $(y_{t-1} - \beta x_{t-1})$, que necesariamente tiene que ser estacionaria para que se cumpla la igualdad en (12).

En consecuencia, siendo x_t e y_t variables I(1) la combinación lineal entre ellas

$$y_t - \beta x_t = m_t \quad (15)$$

es estacionaria. Es decir, sus evoluciones a largo plazo no son independientes, sino que están restringidas por tal combinación lineal.

En el ejemplo anterior se dice que las variables están cointegradas.

Como (15) es estacionario, se tiene que a largo plazo

$$y_t = \beta x_t, \qquad (14)$$

Que supone una **relación de equilibrio entre ambas variables.**

De modo que **m_t es el desvio de y_t sobre su valor de equilibrio.**

En este ejemplo partiendo del sistema (1) que tenía una estructura dinámica triangular se han ortogonalizado los residuos y se ha formulado el modelo uniecuacional (5) para la variable de interés y_t que volvemos a escribir

$$y_t = bx_t + b_1 x_{t-1} + \Phi_{22} y_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (11)$$

.Como la no estacionalidad de y_t viene plenamente explicada por la no estacionalidad de x_t se tiene que ambas variables están cointegradas.

Existiendo cointegración es conveniente formular el modelo uniecuacional en términos de (12).

$$\Delta y_t = b\Delta x_t + \alpha\,(y_{t-1} - \beta x_{t-1}) + \varepsilon_t \qquad (12)$$

El modelo (12) que repetimos aquí

$$\Delta y_t = b\Delta x_t + \alpha\,(y_{t-1} - \beta x_{t-1}) + \varepsilon_t \qquad (12)$$

Se denomina "**modelo con mecanismo de correción de equlibrio**" por la presencia del término $(y_{t-1} - \beta x_{t-1}) = m_{t-1}$.

Cuando m_{t-1} es positivo, y_{t-1} está por encima de su valor de equilibrio, por lo que es necesario que el incremento de y_t sobre y_{t-1} sufra una corrección a la baja y eso se hace con el término αm_{t-1}, que resulta ser un mecanismo de correción de equilibrio.

α,que es el parametro de velocidad del ajuste, definido en (13), es efectivamente negativo ya que para que las variables x_t e y_t sean I(1) y no I(2) es fácil demostrar que Φ_{22} es menor que la unidad.

El modelo (12) es la formulación más conveniente para la contrastación de hipótesis pues está definido en términos de variables estacionarias y sobre los parámetros de interés que tienen la siguiente interpretación:

β : (si el modelo está en logartimos) es la elasticidad a largo plazo de y_t respecto a x_t.

α : es la tasa de ajuste sobre los desequilibrios a largo plazo y

b : recoge la relación contemporánea entre Δy_t y Δx_t.

- **FORMULACION GENERAL DEL MODELO CON MECANISMO DE CORRECCIÓN DEL EQUILIBRIO**

VARIABLES COINTEGRADAS

- En la formulación en niveles (11) los residuos son estacionarios y la formulación es correcta.

- $y_t = bx_t + b_1\, x_{t-1} + \Phi_{22}\, y_{t-1} + \varepsilon_t \quad , \qquad (11)$
- Pero es preferible formularla en términos del mecanismo de corrección del equilibrio (12)

- $\Delta y_t = b\Delta x_t + \alpha\, (y_{t-1} - \beta x_{t-1}) + \varepsilon_t \qquad (12)$

antoni.espasa@uc3m.es

Formulación general del modelo uniecuacional con una variables exógena y cointegración.

El modelo (12) se generaliza de la siguiente forma

$\Delta y_t = b\Delta x_t + b_1\Delta x_{t-1} + \ldots + b_r\Delta_{t-r} +$

$+ \alpha_1\Delta y_{t-1} + \ldots + \quad + \alpha_r\Delta y_{t-r} +$

$+ \alpha(y_{t-1} - \beta x_{t-1}) +$

$+ \varepsilon_t$

Los dos primeros términos recogen la dinámica transitoria,

El tercero el MCEq y

El cuarto la perturbación contemporánea.

Un modelo para un tipo de interés a corto plazo (r_t) y otro a largo (R_t) cuando el primero es exógeno.

En este caso el modelo (12) puede ser válido.Así

$$\Delta R_t = b\Delta r_t + \alpha(R_{t-1} - \beta r_{t-1}) + \varepsilon_t \qquad (14)$$

$$\Delta r_t = a_{it} \qquad (15)$$

Para otro tipo de variables la estructura dinámica del modelo anterior puede ser muy simple y es necesario generalizar el modelo (12).

antoni.espasa@uc3m.es

- GENERALIZACION A N VARIABLES

Contrastes de hipótesis en modelos lineales con variables estacionarias y no estacionarias.

Sims, Stock y Watson (1990):

El contraste t sobre un coeficiente de interés es válido si dicho coeficiente se puede poner como el coeficiente de una variable estacionaria.

MODELO PARA PREDECIR LOS INGRESOS POR TURISMO EXTRANJERO EN ESPAÑA

José Ramón Cancelo y Antoni Espasa

antoni.espasa@uc3m.es

Estructura del modelo

- Según el enfoque de demanda, los ingresos dependen de:
- - la renta de los países clientes,
- - el precio relativo del turismo en España en relación con los precios de los países clientes, y
- - el precio relativo del turismo en España en relación con los precios de los principales competidores.

De forma esquemática, el modelo se puede expresar como

- INGTUR= f(REN, PR_CL, PR_COM)
- siendo INGTUR los ingresos por turismo extranjero a precios constantes,
- REN la renta de los países clientes a precios constantes,
- PR_CLI el índice de precios relativos respecto a los países emisores de turistas, y
- PR_COM el índice de precios relativos respecto a los países competidores.

Modelo econométrico dinámico:

$$\ln INGTUR_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{p_0} \alpha_i \ln INGTUR_{t-i} + \sum_{i=0}^{p_1} \beta_{1i} \ln REN_{t-i} +$$

$$+ \sum_{i=0}^{p_2} \beta_{2,i} \ln PR\_CLI_{t-i} + \sum_{i=0}^{p_3} \beta_{3,i} \ln PR\_COM_{t-i} + \eta_t$$

El carácter estacionario o no de η_t es importante, pues:

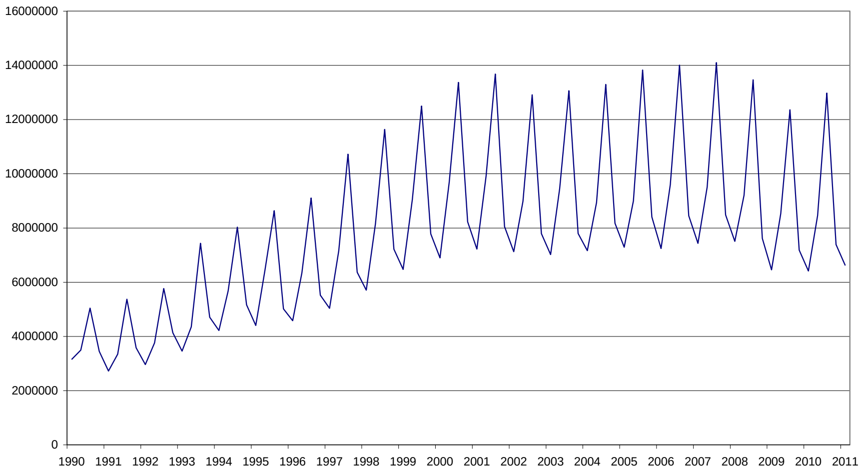
- *Si no lo es, en el comportamiento de largo plazo de los ingresos intervienen otras variables, como por ejemplo la calidad relativa de la oferta turística española, el cabio de preferencias de los turistas.*

- *Si es estacionaria, la evolución a largo plazo de los ingresos viene exclusivamente determinada por las variables de rentas y precios consideradas.* ***Tanto por su efecto propio como por aproximar el efecto de las variables omitidas***.

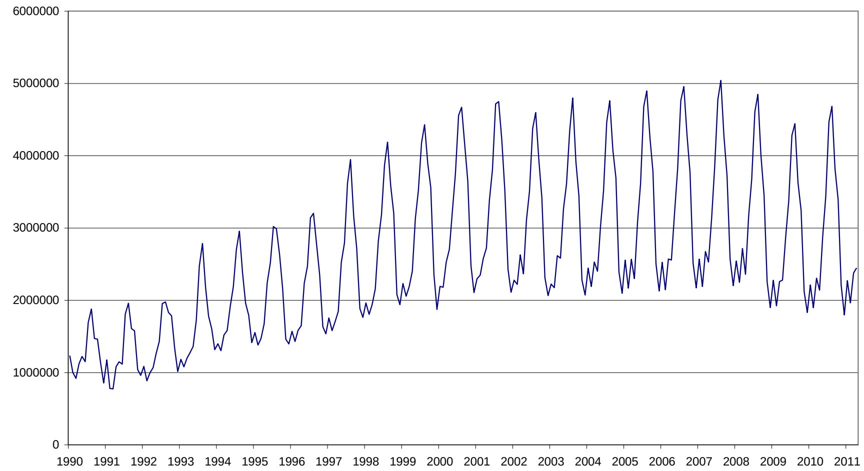
jramon@udc.es antoni.espasa@uc3m.es
antoni.espasa@uc3m.es

Ingresos por turismo y viajes, en miles de euros constantes de 2005

Panel A.- serie trimestral

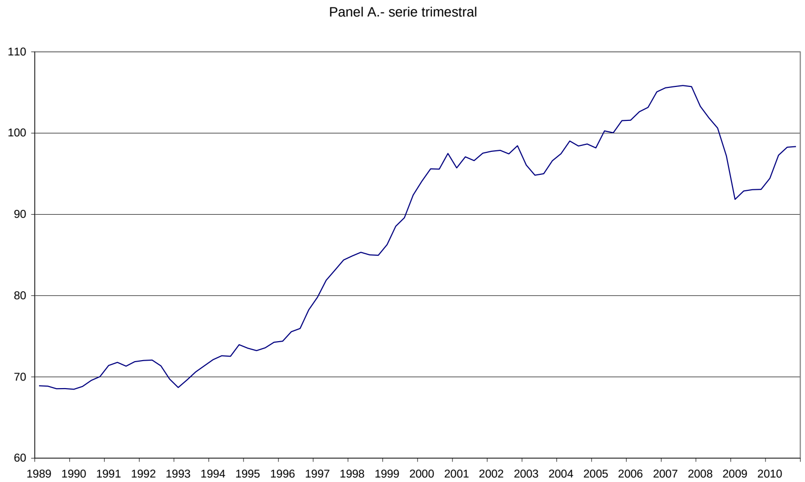


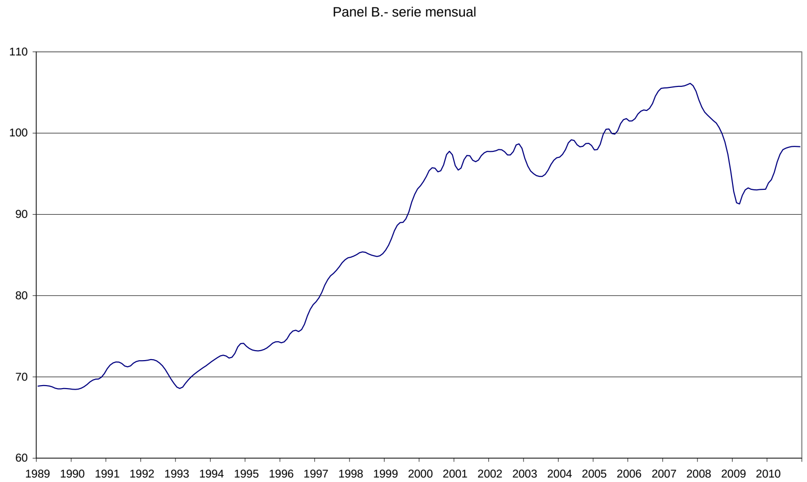
Panel B.- serie mensual



antoni.espasa@uc3m.es
jramon@udc.es antoni.espasa@uc3m.es

Indicadores de renta de los países clientes construido a partir de los PIB nacionales en euros constantes de 2005, índice base 2005=100

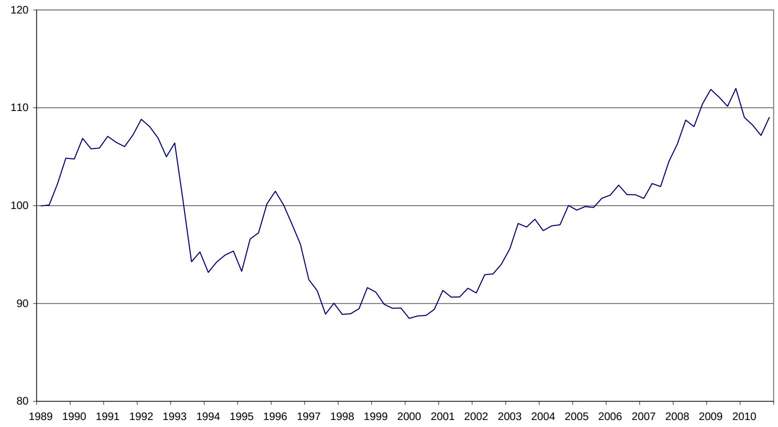




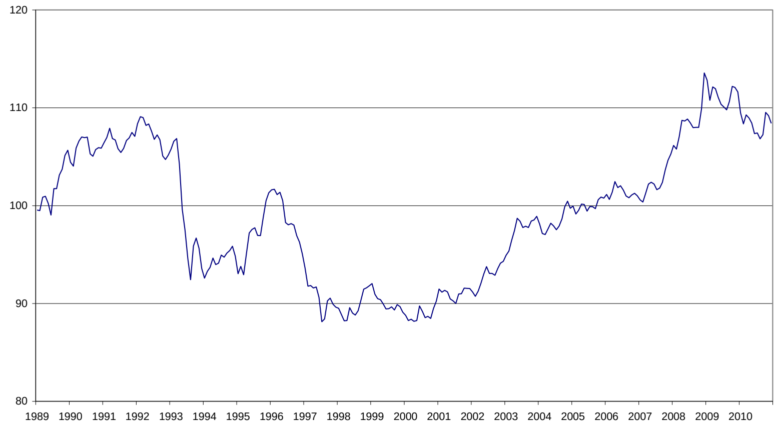
antoni.espasa@uc3m.es
jramon@udc.es antoni.espasa@uc3m.es

Precios relativos de España frente a los países clientes, índice base 2005=100

Panel A.- serie trimestral

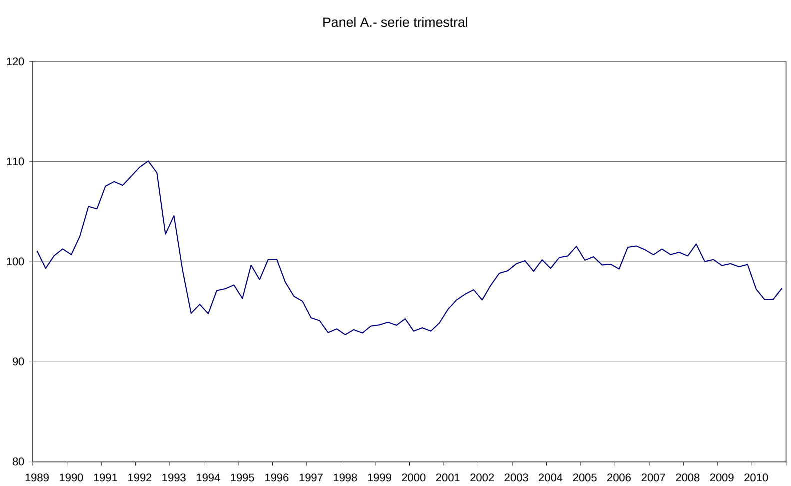


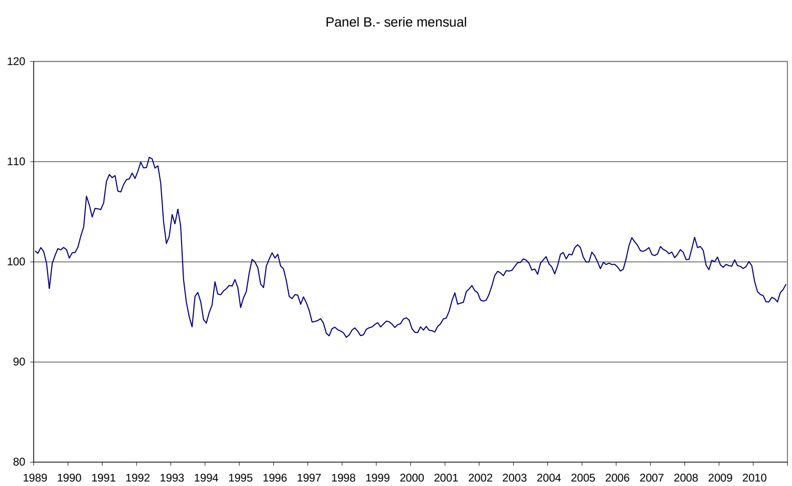
Panel B.- serie mensual



jramon@udc.es antoni.espasa@uc3m.es

antoni.espasa@uc3m.es





jramon@udc.es antoni.espasa@uc3m.es
antoni.espasa@uc3m.es

EJEMPLO SOBRE LOS INGRESOS POR TURISMO: RELACION DE LARGO PLAZO

- Las variables son I(1).
- In the regression of INGTUR (Qt) in terms of REN (Yt), PR_CL (Pt), PR_COM (Rt) los resíduos son estacionarios y en consecuencia
- Entre estas cuatro variables existe una relación de cointegración. El equilibrio a largo plazo es:

$$\ln Q_t = \underset{(15.9)}{13.21} - \underset{(4.6)}{0.134}\, E1993\_2_t + \underset{(28.5)}{1.40} \ln Y_t - \underset{(2.0)}{0.26} \ln P_t - \underset{(1.8)}{0.49} \ln R_t + \hat{\eta}_t$$

$$R^2 = 0.9667$$

MODELO CON MECANISMO DE CORRECCIÓN DEL EQUILIBRIO

$$\Delta \ln Q_t = \underset{(3.2)}{0.63}\,\Delta \ln Y_t - \underset{(1.9)}{0.26}\,\Delta \ln R_t - \underset{(4.4)}{0.29}\,\tilde{\eta}_{t-1} - \underset{(22.9)}{0.141}\,I1993\_2_t$$

$$- \underset{(25.5)}{0.105}\,I1995\_1_t + \underset{(13.1)}{0.099}\,I1995\_2_t + \underset{(4.4)}{3.75} + \varepsilon_t$$

$$R^2 - adjusted = 0.6354 \qquad s_e = 0.0192$$

B.- RUPTURAS DETECTADAS

- En la relación de cointegración existe una ruptura de nivel.

REGRESIONES ESPURIAS

- El modelo uniecuacional (regresión dinámica) en niveles tiene sentido,tal como se ha señalado anteriormente, cuando el término residual es estacionario.
- Una regresión entre variables no relacionadas entre sí, pero ambas no estacionarias, puede dar valores altos de los estadísticos R^2 y t, cuando se trata de una regresión espuria pues las variables no están relacionadas.

La regresión espuria se detecta

- contrastando la estacionariedad de los residuos.
- **Los indicios** se tienen en un DW muy bajo o con un correlograma residual que decrece lentamente.
- En tal caso hay que formular el modelo sobre las variables diferenciadas.

Regresión Espuria

Precio (CPI):

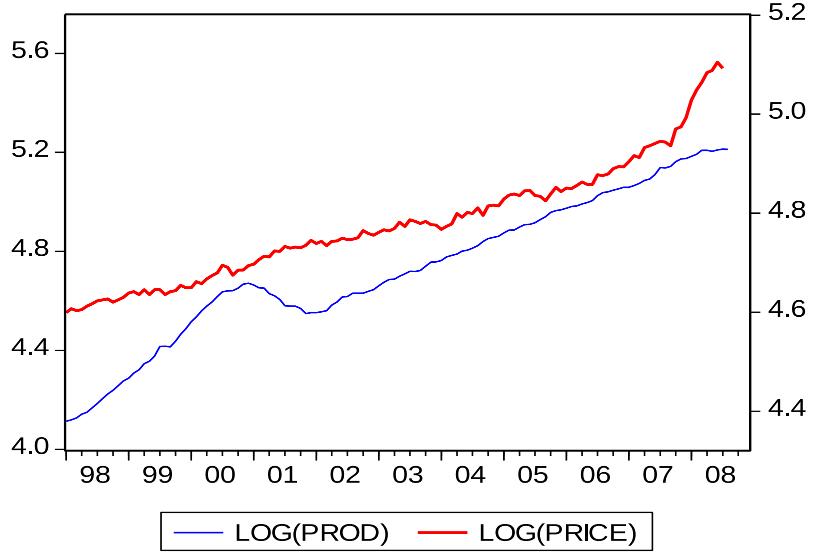
Consumer Price Index –
All Urban Consumers

Series
Id: CUUR0000SEFB01
Not Seasonally Adjusted
Area: U.S. city average
Item: Bread

Producción:

Equipment parts NACE CODE :B53120:

Gráfico 1



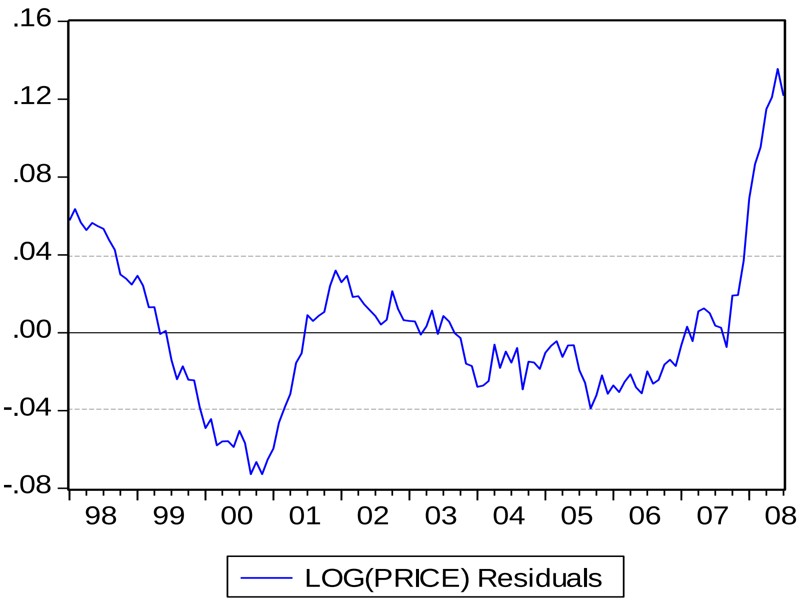
antoni.espasa@uc3m.es

Regresión

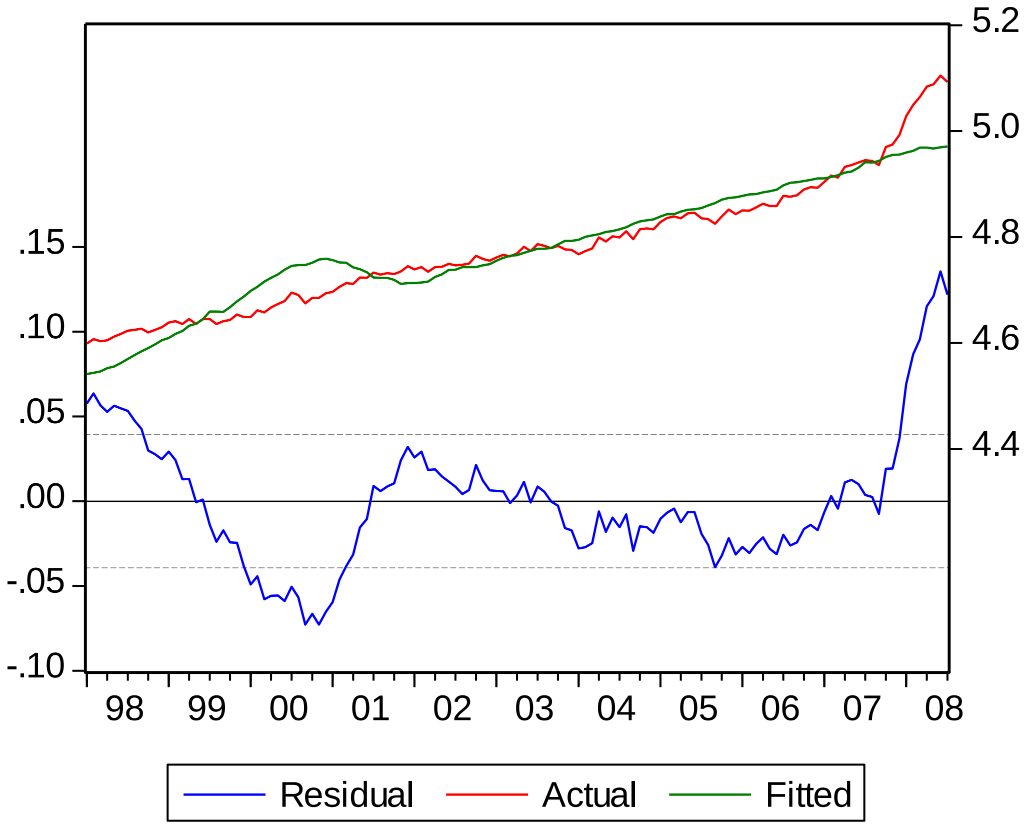
Dependent Variable: LOG(PRICE)
Method: Least Squares
Date: 10/07/08 Time: 19:22
Sample (adjusted): 1998M01 2008M07
Included observations: 127 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2.935175	0.057064	51.43623	0.0000
LOG(PROD)	0.390484	0.012056	32.38839	0.0000

R-squared	0.893527	Mean dependent var	4.779941
Adjusted R-squared	0.892675	S.D. dependent var	0.119988
S.E. of regression	0.039309	Akaike info criterion	-3.619117
Sum squared resid	0.193147	Schwarz criterion	-3.574326
Log likelihood	231.8139	F-statistic	1049.008
Durbin-Watson stat	0.057374	Prob(F-statistic)	0.000000



antoni.espasa@uc3m.es


5.2
5.0
4.8
4.6
4.4
.15
.10
.05
.00
-.05
-.10
98
99
00
01
02
03
04
05
06
07
08
Residual
Actual
Fitted

Unit root test

Null Hypothesis: RESID11 has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 3 (Automatic based on AIC, MAXLAG=12)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-1.641662	0.4583
Test critical values:	1% level	-3.484198	
	5% level	-2.885051	
	10% level	-2.579386	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RESID11)
Method: Least Squares
Date: 10/07/08 Time: 19:24
Sample (adjusted): 1998M05 2008M07
Included observations: 123 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESID11(-1)	-0.040368	0.024589	-1.641662	0.1033
D(RESID11(-1))	-0.011872	0.092406	-0.128476	0.8980
D(RESID11(-2))	0.339812	0.089491	3.797154	0.0002
D(RESID11(-3))	0.258335	0.094109	2.745052	0.0070
C	0.000192	0.000808	0.237694	0.8125

R-squared	0.153219	Mean dependent var	0.000562
Adjusted R-squared	0.124515	S.D. dependent var	0.009472
S.E. of regression	0.008863	Akaike info criterion	-6.574136
Sum squared resid	0.009269	Schwarz criterion	-6.459820
Log likelihood	409.3094	F-statistic	5.337813
Durbin-Watson stat	2.006555	Prob(F-statistic)	0.000550

Regresión sobre las diferencias:

Dependent Variable: D(LOG(PRICE))
Method: Least Squares
Date: 10/08/08 Time: 15:55
Sample (adjusted): 1998M02 2008M07
Included observations: 126 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.003271	0.001051	3.113616	0.0023
D(LOG(PROD))	0.073866	0.079186	0.932814	0.3527

R-squared	0.006968	Mean dependent var	0.003916
Adjusted R-squared	-0.001040	S.D. dependent var	0.008880
S.E. of regression	0.008884	Akaike info criterion	-6.593339
Sum squared resid	0.009787	Schwarz criterion	-6.548319
Log likelihood	417.3804	F-statistic	0.870142
Durbin-Watson stat	2.187718	Prob(F-statistic)	0.352729

antoni.espasa@uc3m.es

¿Por qué aparece un regresión espuria en variables integradas cuando entre ellas no existe relación alguna?

- En una regresión simple el coeficiente de regresión es la covarianza entre las variables dividida por la varianza del regresos.
- La covarianza mide si las desviaciones sobre la media de una variable están relacionadas con las desviaciones de la otra. Se estima mediante la covarianza muestral.
- Esa medida sólo tiene sentido si las variables tienen media poblacional constante.

Las variables integradas no tienen media poblacional definida,

- pero la media muestral se puede calcular siempre.
- En variables integradas desviaciones por encima de la media tienden a ir seguidas por desviaciones por encima de la media.
- Ese comportamiento se da en las dos variables y
- sin tener relación entre sí muestran una covarianza muestral alta, un coeficiente de regresión aparentemente relevante y un R^2 alto.

MODELO SOBRE VARIABLES DIFERENCIADAS

Si la no estacionariedad de la variable endógena no viene plenamente explicada por la no estacionariedad de las variables exógenas,

el término residual de la regresión estática será no estacionario con raices unitarias en su parte autorregresiva,

Multiplicando ambos lados del modelo por el operador de primeras diferencias todas las variables del modelo, endógena y exógenas, aparecerán diferenciadas y el resíduo será estacionario.

Relaciones de largo y corto plazo entre variables integradas

- 1.- No existe relación de largo plazo ni de corto plazo. La regresión simple entre niveles puede aparecer erróneamente como importante. REGRESIONES ESPURÍAS.
- 2.- No existe relación de la largo plazo, pero sí una de corto. MODELO DE REGRESIÓN MÚLTIPLE SOBRE VARIABLES DIFERENCIADAS.
- 3.- Existe relación de corto y largo plazo. MODELO DE REGRESION MULTIPLE CON VARIABLES EN NIVELES: MODELO CON MECANISMO DE CORRECCIÓN DEL EQUILIBRIO.

CASO 1 :REGRESIONES ESPURIAS

- Ejemplo: relación entre precios al consumo y la producción de bienes de equipo.

CASO 2:

preparado por la profa. Ana Pérez Espartero

Ejemplo sobre dividendos y beneficios.

- No tienen una tendencia común, pero sus desviaciones sobre la tendencia están relacionadas.

CASO 3:
MODELO PARA PREDECIR LOS INGRESOS POR TURISMO EXTRANJERO EN ESPAÑA

José Ramón Cancelo y Antoni Espasa

Las variables explicativas determinan la tendencia de los ingresos por turismo y las desviaciones sobre dicha tendencia.

antoni.espasa@uc3m.es

TIPOS DE ERRORES DE PREDICCION EN UN MODELO DE REGRESION DINAMICA

- **EX-POST**

es el error cometido suponiendo que los valores futuros de las variables explicativas son conocidos .

Este error no puede ser significativamente superior al correspondiente error en la predicción univariante.

ERRORES DE PREDICCION EX-ANTE EN UN MODELO DE REGRESION DINAMICA

- Se compone de

  - la innovación contemporánea en el modelo AD

  -de los errores en la predicción de todas las variables explicativas, incluidos los retardos de la variable dependiente, multiplicadas por sus correspondientes coeficientes .

Interpretación de un modelo con la variable endógena diferenciada

De lo dicho anteriormente se desprende que cuando la no estacionariedad de la variable endógena no viene plenamente explicada por las variables exógenas,

el modelo ha de estimarse sobre las variables diferenciadas, pero posteriormente se puede formular de dos modos alternativos:

(1) Con la variable endógena en niveles ,en cuyo caso el término residual tiene un componente autorregresivo no estacionario y

(2) Con la variable endógena diferenciada ,en cuyo caso el componente residual es estacionario.

.

Multiplicadores

de impacto y

de largo plazo.

ANÁLISIS DE MULTIPLICADORES

- Multiplicadores de impacto.
- El modelo ADL hay que poner lo en forma de FT

$$X_{jt}^* = w_s(L)/\delta_j(L)\, X_{jt} = (v_{0,j} + v_{1,j}\, L + v_{2,j}\, L^2 + \ldots)\, X_{jt}$$

donde $v_{i,j}$ tiende a cero cuando i tiende a infinito

$v_{0,j}$, $v_{1,j}$, $v_{2,j}$ … son los multiplicadores de impacto

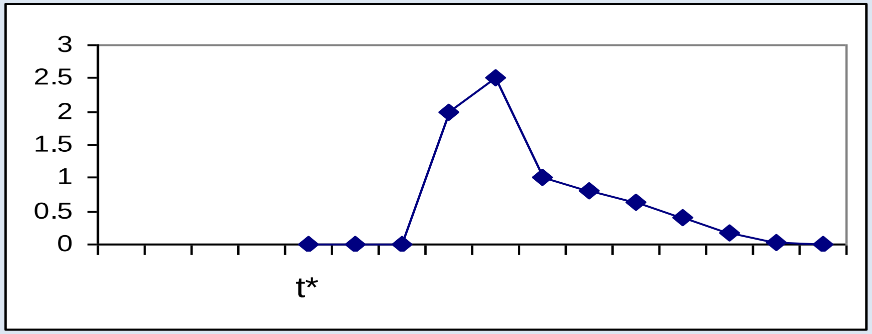
Los multiplicadores de impacto caracterizan totalmente la relación dinámica entre X_j e Y

Ejemplo

- X_j es una variable en equilibrio permanente, salvo en el momento t = t*

$$X_{jt} = \begin{cases} X_{jt}^{\mathbf{e}}, & \text{si } t<t^* \\ X_{jt}^{\mathbf{e}} + 1, & \text{si } t=t^* \\ X_{jt}^{\mathbf{e}}, & \text{si } t>t^* \end{cases}$$

Dinámica asociada a $\mathbf{2L^3 + 2.5\,L^4 + L^5/(1\text{-}0.8L)}$



MULTIPLICADORES DE IMPACTO (2)

Antes de t* el sistema está en equilibrio, por lo que

$N_t = N_e = 0$
$X_t = X_e$
$Y_t = v(L)\ X_t + N_t = v(L)X^e + 0 =$
Y^e

$$Y_{t^*-1} = v(L)X_{t^*-1} = v_0X_{t^*-1} + v_1X_{t^*-2} + v_2X_{t^*-3} + \ldots = v_o\ X^e + v_1X^e + \ldots = v(L)\ X^e = Y^e$$

$$Y_{t^*} = v(L)X_{t^*} = v_0X_{t^*} + v_1X_{t^*-1} + v_2X_{t^*-2} + \ldots = v_o\ (X^e+1) + v_1X^e + \ldots = v(L)\ X^e = Y^e + v_0$$

$$Y_{t^*+1} = v(L)X_{t^*+1} = v_0X_{t^*+1} + v_1X_{t^*} + v_2X_{t^*-1} + \ldots = v_o\ (X^e) + v_1(X^e+1) + \ldots = v(L)\ X^e = Y^e + v_1$$

$$\mathbf{Y_{t^*+k} = v(L)X_{t^*+k} = Y^e + v_k}$$

EFECTOS DEL FILTRO SOBRE LA VARIABLE EXPLICATIVA

$$X_{jt}^{*} = w_s(L)/\delta_j(L)\ L^b X_{jt} = (v_{0,j} + v_{1,j}\ L + v_{2,j}\ L^2 + \ldots)\ X_{jt}$$

Ejemplo: Multiplicador de impacto asociado a $\mathbf{2L^3 + 2.5\ L^4 + L^5/(1\text{-}0.8L)}$

$\mathbf{v_o = v_1 = v_2 = 0}$

$\mathbf{v_3 = 2}$

$\mathbf{v_4 = 2.5}$

$\mathbf{v_5 = 1}$

$\mathbf{v_6 = 0.8}$

$\mathbf{v_7 = 0.8^2}$

$\mathbf{v_8 = 0.8^3}$

….

MULTIPLICADORES ACUMULADOS:

$V_0 = v_0$
$V_1 = v_0 + v_1$
$V_2 = v_0 + v_1 + v_2$
…
$V_k = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_k$

Cuando v_i tiende a cero al crecer i, V_i tiende a una constante

$$Vj \longrightarrow \text{Constante}$$

Esta constante es el multiplicador de largo plazo del filtro o ganancia del filtro.

Ejemplo

Multiplicadores acumulados asociados a $\mathbf{2L^3 + 2.5\,L^4 + L^5/(1-0.8L)}$

$V_o = V_1 = V_2 = 0$	$V_6 = 0.8$
$V_3 = 2$	$V_7 = 0.8^2$
$V_4 = 2.5$	$V_8 = 0.8^3$
$V_5 = 1$	….

Multiplicador de largo plazo:

$$0 + 0 + 0 + 2 + 2.5 + 1 + 0.8 + 0.8^2 + \ldots = 9.5$$

LA FORMA DE CALCULAR LOS MULTIPLICADORES DE LARGO PLAZO,

Dado el filtro $w_s(L)/\delta_j(L)$

$$\mathbf{g = (w_0 + w_1 + w_2 + \ldots + w_s)/(1-\delta_1-\delta_2-\ldots-\delta_r)}$$

MULTIPLICADOR DE LARGO PLAZO O GANANCIA

EL PRINCIPIO DE COMPRENSION DE UN MODELO SOBRE OTRO

- Un modelo (M1) comprende a otro (M2) si estando anidado en él incluye toda la información relevante contenida en (M2) .
- Se puede contrastar mediante un test F.

4.7

MODELIZACION DE LO GENERAL A LO PARTICULAR

AUTOMETRICS

GENERALIZACION DE LO PROPUESTO ANTERIORMENTE

- En la diapositia siguiente se recuerdan las pautas indicadas anteriormente.
- Ahora se trata de generalizarlas utilizando el procedimiento de AUTOMETRICS.

CONSTRUCCION DE UN MODELO ECONOMETRICO DINAMICO UNI-ECUACIONAL.

- SUPONEMOS QUE **NO HAY COINTEGRACIÓN** ENTRE LAS VARIABLES Y QUE EL MODELO VAR CORRESPONDIENTE ES RECURSIVO.
- 1.- Seleccionar las variables.
- 2.- Contrastar la integración en todas las variables.
- 3.- Obtaner la transformación estacionaria de los datos.
- 4.-Estimar un modelo ADL para la variable de interés poniendo un número p de retardos amplio, por ejemplo aplicando PLL.
- 5.-Simplificar el modelo anterior eliminando las variables no significativas. **NOTA: esta no es la forma más correcta de hacerlo.**

Autometrics (Hendry [A]). Modelling from general to specific by Automatic Modelling Methods.

Problemas en análisis de datos:

amplio número de variables (normalmente no estacionarias y con rupturas),

selección de variables,

formulación de clases de modelos,

condicionalización sobre variables,

Posibles no linealidades,

contrastación,

estimación,

análisis de resíduos.

Un número excesivo de aspectos para la mente humana.

Autometrics

- Orígenes: estrategia “de lo General a lo Particular” (GETS) desarrollada por David Hendry (enfoque LSE)

- Hoover y Pérez (1999): gran aumento de la potencia de cálculo de una versión automática del enfoque GETS impulsado por Hendry.

- Autometrics es la última versión de una serie de mejoras en el algoritmo de Hoover y Pérez (1999)

Autometrics

Seis características principales de Autometrics:

1. **Modelo general no restringido (GUM)**
2. **Multiple path search** (cada variable insignificante define una senda de reducción, el algoritmo considera todas las sendas posibles)
3. **Encompassing** ("backtesting con respecto a la GUM”), modelos reducidos deben “encompass” al GUM.
4. **Contrastes de diagnóstico**: cuando la reducción no pasa una batería de contrastes, se descarta y la siguiente reducción es considerada
5. **Desempate:** cuando hay múltiples modelos finales válidos, se utiliza el BIC.
6. Puede manejar **más variables que observaciones**

Autometrics: fundamento teórico

Dos nociones centrales:

- Costos de inferencia (variabilidad del muestreo, errores tipo I y II). Está presente incluso cuando el modelo inicial es el correcto, pero se desconoce que es el verdadero
- **Costos de búsqueda:** surgen cuando el modelo inicial es más general que lo necesario
  - Son sorprendentemente pequeños en relación con los costos de inferencia. La razón principal: la consideración de todas las posibles trayectorias de reducción.

Costos de búsqueda

- GETS es consistente, bajo ciertas condiciones, la probabilidad de seleccionar la ecuación del DGP tiende a 1.
- El multiple testing no tiene lugar la frecuencia global de retención de variables irrelevantes, cuando hay N-k irrelevantes, es (N-k) α

Comportamiento en pequeñas muestras

- Sobreajuste (sesgo a la baja en sigma): no se produce
- Frecuencia de retención bajo la nula: no hay desviaciones sustanciales de (N-k) α
- Frecuencia de retención promedio de variables relevantes: el impacto de la adición de variables irrelevantes es pequeño
- Probabilidad de localizar el DGP cuando se parte de él, pero se procede como si fuera el GUM: depende de la estrategia, y puede ser baja en algunas situaciones.

Impulse Indicator Saturation - IIS

- Tradicionalmente, los procedimientos para detectar múltiples valores atípicos han seguido un procedimiento secuencial: incluyendo variables artificiales (una a una) y seleccionando el modelo con el máximo (mínimo) estadístico t (suma de cuadrado residuos) asociados con la variable artificial. Una vez que se selecciona una fecha, el procedimiento se repite hasta que no se encuentran observaciones atípicas.

- Esta práctica tiene varios inconvenientes: cambios de nivel pueden ser identificados erróneamente como "innovative", las estimaciones iniciales de los parámetros son sesgadas, y cuando los valores atípicos aparecen en secuancias el procedimiento podría fallar fácilmente.

- Posible solución: regresiones "saturadas" (procedimiento general a lo específico)

IIS, cómo funciona

- Se incluyen T indicadores $d_{jt} = 1_{[j=t]}$ for j=1,…T (un indicador para cada observación), en el modelo de regresión. Ya que un ajuste perfecto resultaría en un modelo de este tipo, los indicadores deben ser incluidos en grupos.
- En la forma más simple esto se hace en tres pasos.

  i. Se incluyen sólo la mitad de los indicadores y se anotan los que son estadísticamente significativos a un nivel de significación predeterminado.

  ii. los T / 2 primeros indicadores se eliminan y se incluyen los de las observaciones restantes.

  iii. Se incluyen los indicadores significativos en cada paso y los que son no significativa se quitan.

IIS, propiedades

- **Propiedades asintóticas:** derivadas por Johansen y Nielsen (2009) para procesos autorregresivos estacionarios bajo la hipótesis nula de que no hay valores atípicos.
- La pérdida de eficiencia debido al contraste de T indicadores es casi inexistente para bajos niveles de significación. En el caso de no haya valores atípicos y con $\alpha = 1 / T$, el procedimiento retiene, en promedio, sólo un indicador.
- Esto tiene el efecto insignificante de perder sola observación.

IIS

- Teoría asintótica bajo la presencia de valores atípicos no está disponible. Ha sido estudiada mediante experimentos Monte Carlo (véase, por ejemplo et.al Castillo, 2012)

- Resultados de simulación muestran que Autometrics con IIS se desempeña bien en la selección de las variables y la detección de outliers para todos especificaciones consideradas.

Extension a SIS

- Se definen los indicadores de escalones como la acumulación inversa de los indicadores de impulsos a (otras formas podrían ser utilizados, sin impacto bajo la hipótesis nula de que no hay quiebres)
- Se aplica el mismo procedimiento de “mitades” que en IIS pero incluyendo los indicadores de escalón.
- Tiene las mismas propiedades bajo la hipótesis nula que IIS.

Extension a SIS

Diferencias importantes respecto a IIS:

- Los regresores ya no son ortogonales.
- Para un solo quiebre se requieren dos indicadores
- El cambio puede afectar a ambas mitades. Luego, en la práctica (la hipótesis nula puede ser falsa), el procedimiento de “mitades” no es suficiente y se requiere una búsqueda más compleja.

IIS + SIS

- Un grupo de impulsos de la misma magnitud es equivalente a un cambio de nivel, IIS puede, en teoría, ser utilizado para detectar cambios de nivel. Sin embargo SIS tiene mayor potencia para detectar el cambio y es preferido.
- Del mismo modo, un solo impulso se puede modelar como dos escalones consecutivos, pero IIS tiene mayor potencia.
- *Super saturation (IIS + SIS)* por lo general lo hacer mejor que IIS o SIS solos.

MIÉRCOLES 25 DE NOVIEMBRE 2015

- **4.9 Esquema para el fortalecimiento de las predicciones.**

antoni.espasa@uc3m.es

Los criterios para obtener un modelo conguente con los datos observados no coinciden necesariamente con los criterios para la predicción óptima .

El modelo econométrico congruente, en particular el modelo con mecanismo de corrección del equilibrio, ha sido construído para proponer una explicación del mundo real congruente con los datos.

En ello necesariamente se han tenido en cuenta y se han modelizado los cambios estructurales ocurridos en el periodo muestral.

Modelos econométricos congruentes y predicción.

Sin embargo, tales criterios no son los determinantes para predecir en un mundo con cambios estructurales futuros.

Un modelo naïve lo puede hacer mejor que un modelo econométrico.

Para la predicción es imprescindible fortalecer los modelos econométricos.

PROCEDIMIENTOS PARA FORTALECER LAS PREDICCIONES.

- **Corrección de las medias,**

  fue propuesto y utilizado por L. Klein.

. **Diferenciación del modelo.**

propuesto por D. Hendry (2006).

Véase:

- capítulo 23 en Hendry y Doornik, (2014),"Empirical Model Discovery and Theory Evaluation", MIT Press.
- Castle et al, 2015, IJF, pgs.99-112.

Esquema de fortalecimiento de las predicciones basado en la diferenciación.

Fueron introducidos por Hendry (2006), "Robustifying forecasts from equilibrium-correction models", JofEconometrics,187-213.

Hechos que motivaron el procedimiento:

1.- El principal error de predicción Clements y Hendry) se produce por cambios en los parámetros que recogen valores medios.

2.- Procedimientos naïve o basados en modelos Arima con frecuencia predicen mejor que modelos causales.

Ejemplo

- Si el modelo teórico sobre una variable y_t es:
- $Y_t = c + 0.5y_{t-1} + a_t = \mu + 0.5(y_{t-1} - \mu) + a_t$. $\mu = 2c$. (A)
- Estimar y predecir con un modelo del tipo (A) sería, en general, preferible a
- predecir con un esquema naïve como
- $y_t = y_{t-1} + r_t$ (B),

con el que la predicción es $y_{t-1} = c + 0.5y_{t-2} + a_{t-1}$

y, por tanto, si (A) es cierto la varianza del error con (B)

$[0.5\Delta y_{t-1} + \Delta a_t]$ de predicción con (B) será mayor que la del error **$[a_t]$** con (A).

Ejemplo/cont...

- En términos de MA infinitas
- $Y_{n+h} = \mu + a_{n+h} + 0.5a_{n+h-1} + \ldots 0.5^{h-1}a_{n+1} + 0.5^h a_n +$
  $+ 0.5^{h+1}a_{n-1} + \ldots.$

La parte verde es la predicción con el modelo AR(1) y la negra el error de predicción.

Con el modelo en diferencias la predicción es:

- $Y_{n+h} = \mu + \qquad\qquad + a_n +$
  $+ 0.5\, a_{n-1} + \ldots.$

El modelo AR incorpora el pasado como el modelo detectado como verdadero en la muestra.

El modelo en diferencias no y en ausencia de cambios estructurales comete mayor error.

Ejemplo/cont…

$Y_t = c + 0.5y_{t-1} + a_t = \mu + 0.5(y_{t-1} - \mu) + a_t$.$\mu = 2c$. (A)

$Y_t = \mu + 0.5a_{t-1} + 0.5^2 a_{t-2} + 0.5^3 a_{t-3} + \ldots + a_t$

Además, (A) da una explicación de la relación entre variables: (a) y_{t-1} oscila sobre un valor de equilibrio μ, incrementado sobre él en cada momento t el 50% de la desviación del valor anterior sobre dicho equilibrio.

(b) oscila sobre μ, incrementado en cada momento t todas las innovaciones anteriores con ponderación 0.5^h, donde h es la distancia de una innovación pasada respecto el momento t.

El parámetro 0.5 y su signo indican la forma de desviarse y tender a retornar al equilibrio.

Esto se generaliza para cualquier modelo ARMA.

Ejemplo/cont…

- **Con** $Y_t = c + 0.5y_{t-1} + a_t$ **(A)**
- la predicción a largo plazo tiende a la media 2c y la var del error de predicción a la varianza de y_t.
- **Con (B) la predicción con base en (T-1) a cualquier horizonte es**:

Y_{t-2}, cuya media marginal es 2c. Pero el error de predicción es

$e(h)= c+0.5\Delta_h y_{n+h-1} + \Delta a_{n+h}$.

Su var a largo plazo es: es dos veces la var de y_t.

Ejemplo/cont…

- Sin embargo, si como ocurre en el mundo real la constante cambia en el periodo T,
- **Predicciones en base a (T-1)** serán sesgadas con ambos modelos, pero
- **con base en T la predicción con (A)** lo continuará siendo hasta que no se restime el modelo,
- **pero la predicción con (B)** no, aun siendo esta una predicción sin fundamento económico.

Fortalecimiento del modelo de mecanismo de corrección del equilibrio para la predicción.

- Con una muestra hasta (T-1) se ha construído el modelo
- $\Delta y_t = \gamma + \alpha\ (y_{t-1} – \beta z_{t-1} - \mu) + a_t$.
- Supóngase que en T los parámetros γ y μ cambian a γ^* y μ^*.
- La predicción con base en (T-1) tendrá como error:
- $e_{T-1}(1) = (\gamma^* - \gamma) + \alpha\ (\mu^* -\mu) + a_T$. **(E)**
- La predicción es sesgada y esta estructura del error con un periodo de antelación –sustituyendo a_T por la correspondiente innovación contemporánea- continuará indefinidamente hasta que se restime el modelo.

DIFERENCIANDO

- Sin embargo, prediciendo con
- $\Delta y_T = \Delta y_{T-1} + r_T$,
- con base en (T-1)el error como el caso anterior será también será sesgado
- $(\gamma^* - \gamma) + \alpha\ (\mu^* - \mu) + \alpha(\Delta y_T - \beta \Delta z_T) + \Delta a_T$, (C)
- pero en base a T el error es
- $\mathbf{e_{T/1}\ (1) = \alpha(\Delta y_T - \beta \Delta z_T) + \Delta a_{T+1}}$. (D)
- En (D) todos los componentes tienen media cero, pero el error tiene mayor varianza que el correspondiente al MCEq con los parámetros correctos.

PROPUESTA:

- **MODELO MCEq DIFERENCIADO: DMCEq**

- Supongamos que **en (T-1) se produce un cambio en las medias γ y μ.**
- El modelo anterior al cambio era:
- $\Delta y_t = \gamma + \alpha\,(\,y_{t-1} - \beta z_{t-1} - \mu) + a_t.$ **(1)**
- Y tras el cambio:
- $\Delta y_{T+h} = \gamma^* + \alpha\,(\,y_{T+h-1} - \beta z_{T+h-1} - \mu^*) + a_{T+h}.$ **(2)**

- **El DMCEq es:**
- $\Delta y_{T+h} = \Delta y_{T+h-1} + \alpha\,(\,\Delta y_{T+h-1} - \beta \Delta z_{T+h-1} - \Delta\,\mu) + \Delta a_{T+h}.$ (3)
- Que incluye la restricción de cointegración.

$$\Delta y_{T+h} = \Delta y_{T+h-1} + \alpha \,(\Delta y_{T+h-1} – \beta\Delta z_{T+h-1} -\Delta\ \mu) + \Delta a_{T+h}.\ (3)$$

- Uno o más periodos después del cambio $\Delta\ \mu$ es cero, pues al diferenciar las variables desaparecen las nuevas medias. Con lo que los errores sistemáticos desparecen. Todos los componentes del término de error son estacionarios con media cero.
- **Inconvenientes de (3):**
- - aumenta el error de predicción con Δa_{T+h}

    - las variables entran retardadas un periodo más y aparece más error debido a términos MA no invertibles.
- - el término Δy_{T+h-1} no es tanto una predicción como un indicador del estado anterior del sistema.

Propuesta:

- -" Si el último resíduo no es discrepante y no hay otra evidencia de cambio en las medias predígase con el MCEq
- - en caso contrario predecir con DMCEq."
- **Castle et al 2015** generalizan la sugerencia anterior.

- **MATERIAL ADICIONAL**

Reformulation of a VAR with no feedback but with contemporaneous residual correlation

In this case the variables are contemporaneously correlated and the equation for the variable of interest does not include all the information of the model about it.

This can be solved reformulating the model including in the equation for the variable of interest the contemporaneous value of the regressor. Like:

$$y_t = bx_t + b_1\, x_{t-1} + \Phi_{22}\, y_{t-1} + \varepsilon_t. \qquad (5)$$

Orthogonalization of the residuals

- 1.- Run a simple regression between the error term in the equation of interest (a_{2t}) on the other error term:

  - $a_{2t} = ba_{1t} + \varepsilon_t$ (2)

In (2) ε_t and a_{1t} are orthogonal.

2.- Put a_{1t} in terms of the observed data as

$$a_{2t} = bx_t - b\Phi_{11}\, x_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (3)$$

New equation for the variable of interest

- 3.- In the equation for the variable of interest substitute the residual term by its value in (3)
- $y_t = bx_t + (\Phi_{21} - b\Phi_{11})\ x_{t-1} + \Phi_{22}\ y_{t-1} + \varepsilon_t$ (4)
  - $y_t = bx_t + b_1\ x_{t-1} + \Phi_{22}\ y_{t-1} + \varepsilon_{t.}$ (5)

The resulting recursive VAR

- $x_t = \Phi_{11}\, x_{t-1} + a_{1t}$ (6.1)
- $y_t = bx_t + b_1\, x_{t-1} + \Phi_{22}\, y_{t-1} + \varepsilon_t$ (6.2)
- It has triangular dynamic structure and
- The error terms a_{1t} and ε_t are uncorrelated.

We can denote σ^2 to the variance of ε_t in the equation (6.2).

Then

$$\sigma_2^2 = \beta^2 \sigma_1^2 + \sigma^2 \qquad (7)$$

and β is

$$\beta = \rho \frac{\sigma_2}{\sigma_1}, \qquad (8)$$

where ρ is the correlation ($\sigma_{12}/\sigma_1\sigma_2$) between a_{1t} and a_{2t}.

Therefore

$$\sigma_2^2 = \rho^2 \sigma_2^2 + \sigma^2$$

and

$$\sigma^2 = \sigma_2^2 (1 - \rho^2) \qquad (9)$$

The single-equation econometric models –dynamic regression models- can include as regressors the contemporaneuos values of the explanatory variables.

LA ESTRUCTURA DE UN MODELO UNIECUACIONAL dinámico

El modelo econométrico es una identidad, por lo tanto:

Las características presentes en la variable endógena que aparece a la izquierda de la ecuación tienen que venir explicadas por los términos incluidos en la parte derecha.

Los términos en la parte derecha de la ecuación son:

(a) Las variables exógenas

(b) Los cocientes polinomiales dinámicos sobre cada variable

(c) Los polinomios dinámicos del término residual

(d) Las innovaciones a_t

MODELOS DE FT

Su estructura general es

$$y_t = \sum_{j=1}^{k} \frac{w_j(L)}{\delta_j(L)} x_{jt} + \frac{\theta(L)}{\phi(L)} a_t. \qquad (2)$$

En él la relación dinámica entre y_t y cada variable explicativa x_{jt} viene recogida por un cociente de polinomios:

$$w_j(L) \,/\, \delta_j(L),$$

Además las variables omitidas pueden tener un efecto dinámico en y_t y se recoge en un término residual:

$$N_t = \frac{\theta(L)}{\phi(L)} a_t.$$

EL PRINCIPIO DE COMPRENSION DE UNA PREDICCÓN SOBRE OTRA

- Una predicción comprende a otra si incluye toda la información relevante contenida en esta última .
- Se puede determinar mediante una regresión de los valores observados con las dos predicciones alternativas como regresores .

antoni.espasa@uc3m.es