

# Ciclo del PIB

## ¿Cómo evaluar el método de estimación?\*

Ignacio Alvarez\*\*

Natalia da Silva\*\*\*

Agosto 2008

### Resumen

Existe una gran variedad de metodologías para estimar el componente cíclico de una serie temporal, sin que sea claro cuál de ellas es la más adecuada. No es posible realizar un test de ajuste para las distintas estimaciones del ciclo ya que es un componente inobservable.

Teniendo en cuenta la utilidad del ciclo para evaluar y diseñar las políticas económicas, es necesario tener criterios que permitan evaluar y comparar las distintas estimaciones del mismo. El objetivo de este trabajo es implementar herramientas que permitan comparar los distintos métodos para la extracción de la señal cíclica en una serie temporal.

El trabajo se realiza en el contexto del análisis espectral de series temporales, donde es posible explicitar las propiedades de la señal cíclica estimada y obtener medidas relativas al ajuste, la estabilidad y el efecto distorsivo de los filtros empleados.

Se emplean el filtro de Hodrick-Prescott y el de Christiano-Fitzgerald para extraer el ciclo agregado y sectorial (agropecuario e industrial). Las herramientas que se utilizan son: el espectro poblacional, las funciones de ganancia, medidas de pureza y de distorsión del ciclo estimado.

---

\*Este trabajo se basa en "Estimación de la Brecha de Producto Mediante Filtros Lineales". Mimeo. Informe Final de Pasantía. Licenciatura en Estadística. Presentada en Marzo 2008

\*\*Correo electrónico: nachalca@gmail.com

\*\*\*Correo electrónico: natydasilva@gmail.com

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
1.1. Extracción de Señales . . . . .	4
1.2. Brecha de Producto . . . . .	6
1.3. Objetivos . . . . .	7
1.4. Antecedentes . . . . .	8
<b>2. Análisis Espectral</b>	<b>9</b>
2.1. Representación espectral de una serie . . . . .	10
2.2. Espectro Poblacional . . . . .	11
2.3. Filtros lineales . . . . .	14
2.4. Filtro Hodrick Prescott . . . . .	17
2.5. El Filtro de Christiano y Fitzgerald . . . . .	18
<b>3. Resultados</b>	<b>19</b>
3.1. Espectros de las series originales . . . . .	20
3.2. Componentes estimados . . . . .	21
3.3. Medidas de Ajuste . . . . .	24
<b>4. Síntesis</b>	<b>30</b>

## 1. Introducción

El estudio del ciclo económico y la extracción del componente cíclico es relevante tanto desde una perspectiva teórica, así como para evaluar los efectos de las políticas macroeconómicas a través del estudio de los patrones de crecimiento de la economía.

El ciclo permite distinguir los efectos estructurales de aquellos cambios relativos a la coyuntura. En tal sentido cuando se pretende estudiar la evolución de largo plazo de algún fenómeno económico se debe tomar en cuenta el componente cíclico para no distorsionar el análisis con efectos de corto plazo. A su vez cuando el análisis se centra en el estudio de la coyuntura económica el componente cíclico describe las oscilaciones de corto y mediano plazo.

Más específicamente existen dos ámbitos donde este concepto adquiere notoria importancia: el monetario y el fiscal. En primer lugar tener una medición del componente cíclico (utilizado como brecha de producto) permite tener una guía sobre la existencia de presiones inflacionarias y de esta forma es útil para la definición de políticas monetarias. En segundo lugar el producto potencial permite aislar el efecto del ciclo sobre las cuentas fiscales y así identificar el resultado fiscal estructural.

La estimación del componente cíclico en series económicas es un problema complejo. Existen muchas metodologías para realizar dicha estimación que arrojan resultados diferentes y aún no está resuelto cuál de ellas es la más adecuada.

El análisis espectral aporta una perspectiva muy rica cuando se analizan series económicas y se quiere estimar uno o varios componentes inobservables. En particular el dominio de la frecuencia permite trabajar cómodamente en la extracción de señales.

El objetivo de este trabajo es extraer la señal cíclica con dos filtros lineales y obtener medidas que permitan comparar y evaluar dichas técnicas. El análisis se realiza a nivel agregado y sectorial. Se utilizan los datos del Índice de Volumen Físico del PIB (IVFPIB) uruguayo entre el primer trimestre del año 1975 y el primer trimestre del año 2008, y las series de Índice de Volumen Físico Agropecuario e Industrial entre el primer trimestre de 1988 y primer trimestre de 2008.

La estructura del documento es como sigue. En el resto de la sección 1 se comentan las definiciones básicas, los objetivos y antecedentes del trabajo. Luego en la sección 2 se presenta una breve descripción del análisis espectral y los filtros lineales utilizados, en la sección 3 se muestran los principales resultados y la sección 4 representa una síntesis del documento.

### 1.1. Extracción de Señales

Como se señala en Espasa y Cancelo [1993], en el análisis económico, en particular cuando se analizan variables macroeconómicas, no necesariamente se realiza sobre los datos originales ya que los mismos contienen oscilaciones que no son de interés y pueden distorsionar la interpretación de los resultados.

Las series de tiempo pueden desagregarse en distintos componentes, y según el objetivo del análisis, algunos de estos componentes serán de interés y otros no. Estos componentes no son directamente observables, por lo que deben ser estimados.

El problema de extraer un componente de interés a partir de datos observados es conocido como *Extracción de Señales* y se le llama “señal” a dicho componente.

En el contexto de la extracción de señales, una serie de tiempo se piensa como la agregación de un conjunto de señales ortogonales que son inobservables. Es decir, el proceso estocástico  $\{Y_t\}_{t=0}^{\infty}$  puede ser descompuesto en cuatro componentes: la tendencia, el ciclo, la estación y por último el componente irregular. La relación entre  $\{Y_t\}_{t=0}^{\infty}$  y sus componentes puede ser de distintas maneras: las dos más comunes son la aditiva y la multiplicativa.

$$\begin{array}{ll}
 \textit{Aditiva} & Y_t = T_t + C_t + S_t + I_t \\
 \textit{Multiplicativa} & Y_t = T_t C_t S_t I_t
 \end{array}$$

Siguiendo a Espasa y Cancelo [1993], los componentes de la serie pueden definirse de la siguiente

manera:

- **Tendencia:**  $T_t$  Es el componente asociado a las oscilaciones de baja frecuencia representando los movimientos de largo plazo o estructurales del fenómeno estudiado.
- **Ciclo:**  $C_t$  Es un componente de tipo oscilante que se caracteriza por ser un movimiento recurrente en torno a la tendencia que se repiten cada varios años, aunque no necesariamente de forma periódica. Recoge las fluctuaciones de mediano plazo de la serie, aunque existen distintas definiciones de este componente, que lo vinculan con períodos que son mayores a las del componente estacional y menores a los de la tendencia.
- **Estación:**  $S_t$  El componente estacional, es el asociado al comportamiento regular de la serie en las frecuencias correspondientes a períodos de un año y medio, es decir que recoge las características regulares de corto plazo de la serie.
- **Irregular:**  $I_t$  Tiene una estructura aleatoria y contiene oscilaciones no sistemáticas. Es el asociado a las frecuencias más altas y recoge los comportamientos inesperados del proceso a analizar.

Esta descomposición, permite realizar un mejor análisis de los fenómenos económicos, al brindar al analista una herramienta para aislar las diferentes causas de variación de una serie. Por ejemplo, una descomposición de este tipo permite observar el estado de una economía, reconociendo tanto los efectos estacionales como el punto en el ciclo en donde se encuentra en un momento determinado.

En este trabajo la señal de interés es el componente cíclico y se analizan distintas herramientas para la extracción del mismo. Sin embargo, se utilizan las mismas herramientas para extraer la tendencia, que es necesaria para complementar el análisis de la coyuntura.

## 1.2. Brecha de Producto

El ciclo económico está asociado con los movimientos de la actividad económica agregada en su dinámica de corto plazo. Una definición para el ciclo económico ampliamente referenciada en la literatura económica es la formulada por Burns y Mitchell en 1946. Ellos identifican al ciclo económico como fluctuaciones recurrentes pero no periódicas de la actividad económica agregada.

Esto implica que el ciclo económico no es el componente cíclico de una variable particular, si no que recoge los movimientos cíclicos comunes de un conjunto de variables macroeconómicas. Es decir, existe una relación directa entre los componentes cíclicos de las variables macroeconómicas, y lo que se definió anteriormente como ciclo económico.

La extracción del componente cíclico tiene varias aplicaciones en el análisis económico. El componente cíclico del PIB **no** es el ciclo económico, pero tiene importancia sustantiva en sí mismo. Debido a que generalmente se toma como ciclo de referencia para la caracterización de las fluctuaciones de la economía en su conjunto. Además la señal cíclica puede asociarse con la brecha de producto de la economía, tanto a nivel agregado como sectorial.

Changny y Döpke presentan en [2001] una discusión sobre la definición de la brecha de producto. La diferencia entre el PIB observado de la economía y su nivel "potencial" de largo plazo es conocida como la brecha de producto. Dicho nivel potencial puede definirse de distintas maneras. En su formulación original, Okun define el producto potencial como el nivel de producción que puede alcanzarse en una situación de pleno empleo. En las últimas décadas este concepto se ha ido modificando y se asocia el producto potencial con el mayor nivel de producto que la economía puede alcanzar sin generar presión inflacionaria.

En este trabajo, la brecha de producto se asocia con las fluctuaciones de corto o mediano plazo de la serie de IVFPIB, y por esta razón es estimada a través del componente cíclico del IVFPIB, que se constituye en la principal señal de interés a lo largo del trabajo.

La brecha de producto constituye un indicador utilizado para predecir las presiones inflacionarias.

Una brecha de producto positiva, es decir un nivel de producción por encima del producto potencial, tiende a presionar los precios al alza.

Existen muchas metodologías para calcular el producto potencial<sup>1</sup> y la brecha de producto de un país, no obstante, en este trabajo se utilizan únicamente dos métodos no estructurales univariados y en particular se estima el componente cíclico con los siguientes filtros lineales:

- Hodrick - Prescott propuesto en [1980]
- Christiano - Fitzgerald propuesto en [1999]

### 1.3. Objetivos

Como se mencionó anteriormente, el componente cíclico del producto es inobservable. Esto permite que coexistan muchas maneras distintas para estimarlo, sin que sea claro cuál de ellas es la más adecuada. No es posible realizar un test de ajuste para las distintas estimaciones del ciclo ya que no existen datos en la realidad con los cuales contrastar.

Teniendo en cuenta la utilidad del ciclo para evaluar y diseñar las políticas económicas, es necesario tener criterios que permitan evaluar y comparar las distintas estimaciones del mismo.

En este sentido, los objetivos generales del trabajo son:

1. **Extraer la señal cíclica del PIB uruguayo entre 1975-2008**, a nivel agregado y sectorial. Para lo cual se utilizan distintos filtros lineales como estimación alternativa para el ciclo.
2. **Implementar herramientas que permitan comparar los distintos métodos para la extracción de la señal cíclica en una serie temporal**, lo que supone estudiar las propiedades de los ciclos estimados con cada uno de los métodos utilizados.

El *análisis espectral* de las series temporales es útil para describir las propiedades teóricas de

---

<sup>1</sup>En Changny y Döpke se clasifican en Estructurales, No Estructurales, y Directos

los filtros, así como entender el vínculo entre filtros lineales y la extracción del ciclo. De este modo, permite explicitar las características teóricas del ciclo y comprender el funcionamiento de los filtros lineales. También es posible explicitar las propiedades de la señal cíclica estimada y obtener medidas relativas al ajuste, la estabilidad y el efecto distorsivo de los filtros empleados.

#### **1.4. Antecedentes**

Este trabajo tiene como principal antecedente el informe final de pasantía realizado por Alvarez y da Silva [2008], donde se aplican técnicas univariadas para estimar el ciclo del IVFPIB de la economía uruguaya, desde un enfoque desde el dominio de las frecuencias. En este trabajo se puede encontrar mayor profundización de los conceptos utilizados en este documento, y otras herramientas complementarias para la extracción de señales.

Por otra parte este trabajo supone la continuación de trabajos previos realizados por CEPAL dentro del convenio de cooperación con el gobierno uruguayo. Durante el año 2007 Rodriguez, Alvarez y da Silva elaboraron tres documentos ([2007a], [2007b] y [2007c]) que consistieron en insumos básicos del presente documento.

En [2007a] se analizan distintas metodologías de descomposición, y el efecto que tiene sobre la señal cíclica estimada con el filtro Hodrick-Prescott, en [2007b] se aplican, además de Hodrick-Prescott, los filtros de Baxter-King y Christiano-Fitzgerald, y por último en [2007c] se estima la brecha de producto en algunos sectores productivos.

La revisión de antecedentes para Uruguay permitió relevar una serie de investigaciones que con objetivos y períodos de análisis diferentes utilizan una variedad de metodologías para la estimación del producto potencial o la brecha de producto.

Carbajal et al [2007] estiman el producto potencial y la brecha de producto siguiendo distintas métodos, ajuste de una función de producción de tipo Cobb-Douglas, la descomposición basada en modelos ARIMA seguida del filtro Hodrick-Prescott y un método de modelos estructurales.

Theoduloz [2005] estima el producto potencial, utilizando una función de producción Cobb-

Douglas y datos de PIB anuales. Se estima la brecha a nivel agregado y para los distintos sectores productivos.

Rodríguez y Badagián [2004] obtienen diversas estimaciones del ciclo, utilizando un enfoque univariado. Se aplica un método de descomposición basado en modelos ARIMA [1999] conjuntamente con la aplicación del filtro Hodrick-Prescott. Un segundo método basado en modelos estructurales, y adicionalmente se obtiene la señal cíclica mediante la aplicación del filtro de Baxter y King [1995].

Badagián [2003] aplica un enfoque univariado para la estimación del ciclo en base a datos trimestrales de 1980.01 a 2002.03. Utiliza el filtro Hodrick Prescott, el de Baxter King y el método basado en modelos estructurales.

Bucacos [2001] estima el producto potencial y la brecha de producto mediante el ajuste de una función de producción de tipo Cobb-Douglas con datos anuales correspondientes al período 1960-1999. Alternativamente a los datos anuales del PIB le aplica el filtro Hodrick-Prescott (1980). Asimismo, utilizando datos trimestrales para el período 1975.04 a 2000.02 estima la tendencia segmentada, encontrando quiebres tanto en la ordenada como en la pendiente.

Kamil y Lorenzo [1998] realizan una descripción del ciclo macroeconómico en la economía uruguaya entre 1975-1994. La metodología de estimación está basada en modelos ARIMA [1999] conjuntamente con la aplicación del filtro Hodrick-Prescott.

## **2. Análisis Espectral**

En esta sección se presentan los conceptos necesarios para comprender el análisis de series temporales en el dominio de la frecuencia. En el análisis espectral (o dominio de las frecuencias) las series temporales son vistas como una combinación de fluctuaciones de distinta amplitud y duración. Una descripción más extensa de estos conceptos se encuentra en Alvarez y da Silva [2008] la cuál se basa en Pedersen [1999], Pollock [1999], y Schleicher [2003].

En la sección anterior se describió lo que se entiende por extracción de señales, su vínculo con el análisis en el dominio de la frecuencia, surge desde la definición de los componentes, ya que cada componente es asociado a un rango de frecuencia particular.

## 2.1. Representación espectral de una serie

Una serie temporal consiste en una sucesión de variables aleatorias indizadas en el tiempo  $\{Y_t\}_{t=0}^{\infty}$ . Consideradas en forma conjunta estas variables conforman un proceso estocástico.

Para el análisis estadístico de las series de tiempo se debe estudiar la estructura estocástica del proceso generador de los datos, lo que permite describir las propiedades de interés del fenómeno de estudio.

Hay dos enfoques equivalentes para analizar las series temporales en forma univariada. Por un lado el análisis en el dominio del tiempo, que tiene como base el estudio de las correlaciones del proceso. Cada modelo define una estructura de autocorrelaciones particular, las herramientas claves son las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial. En este enfoque se construyen modelos paramétricos que pueden ser del tipo autoregresivos AR(p) o de medias móviles MA(q). En segundo lugar el análisis de las series se puede hacer en el dominio de la frecuencia, y en este caso la base teórica del enfoque es el análisis de las series de Fourier, y la herramienta clave es el espectro poblacional de la serie. Este enfoque parte de la base de ver el proceso como una combinación de fluctuaciones de diferente amplitud y duración. En particular el dominio de la frecuencia permite trabajar cómodamente en la extracción de señales.

En ambos enfoques es fundamental el supuesto sobre la estacionariedad de la serie, ya que el mismo permite hacer inferencia estadística. Como en las series de tiempo cada observación proviene de una variable aleatoria distinta, la inferencia estadística descansa sobre la estructura de dependencia que hay entre ellas. Por esta razón es necesario imponerle a la serie cierta estabilidad.

Uno de los principales resultados del análisis de Fourier es que cualquier función definida en

un intervalo finito de reales, puede ser aproximada por una suma ponderada de funciones seno y coseno en las frecuencias armónicas crecientes. En el caso de una muestra con  $T$  observaciones que conforman una serie de tiempo  $Y_t$  el resultado de Fourier permite expresar  $Y_t = \sum_{j=0}^n \alpha_j \cos(w_j t) + \beta_j \sin(w_j t)$ . Donde los coeficientes  $\alpha_j$  y  $\beta_j$  son los llamados coeficientes de Fourier y  $w_j$  representan las frecuencias armónicas.

La representación de Fourier es el fundamento del *teorema de representación espectral*, que es el análogo del teorema de Wold pero en el dominio de la frecuencia. Ambos brindan una manera de representar cualquier proceso que sea estacionario.

Más concretamente, el teorema de representación establece que si  $Y_t$  es un proceso estocástico estacionario en covarianza, el mismo puede ser representado como en la ecuación 1.

$$Y_t = \mu + \int_0^\pi \alpha(w) \cos(wt) + \delta(w) \sin(wt) dw \quad (1)$$

Donde  $\alpha(w)$  y  $\delta(w)$  son procesos estocásticos indizados en la frecuencia  $w$  que tienen media cero con incrementos independientes e incorrelacionados entre si.

Estos dos procesos definen las características estocásticas de  $Y_t$ . Sin embargo en este trabajo, el análisis espectral de las distintas series se realiza basado en el Espectro Poblacional de la serie y no sobre estos procesos estocásticos.

## 2.2. Espectro Poblacional

El Espectro Poblacional es una herramienta fundamental para el estudio de series temporales en el dominio de la frecuencia, y el *Teorema de representación espectral* es la base para definirlo. En este sentido es necesario considerar la secuencia de autocovarianzas del proceso,  $\gamma_j = cov(Y_t, Y_{t-j})$ , luego el espectro poblacional se define como sigue:

$$S_y(w) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \gamma_0 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j \cos(wj) \right\} \quad (2)$$

En  $S_y(w)$  se resume la variabilidad del proceso que generó la secuencia  $y_t$ , de la misma forma que en el dominio del tiempo este rol es jugado por la función de autocovarianzas. Por su forma de construcción, el espectro verifica las siguientes propiedades:

- Si  $\gamma_j$  constituyen las autocovarianzas de un proceso débilmente estacionario, entonces  $S_y(w)$  es una función de valores reales, continua y no negativa.
- El espectro es simétrico respecto de  $w = 0$ , debido a que  $\cos(wt) = \cos(-wt)$ . Esto implica que  $S_y(w) = S_y(-w)$ .
- El espectro es una función periódica respecto a  $w$  con período  $2\pi$ . Esto implica que el conocimiento de  $S_y(w)$  para los  $w \in [0, \pi]$  es suficiente para conocer el espectro en cualquier valor de  $w$ .

### ***Interpretación del Espectro***

Para entender la importancia y el significado del espectro es interesante considerar la relación entre  $S_y(w)$  (desde el dominio de la frecuencia) y  $\gamma_j$  (dominio del tiempo). Dicha relación esta representada en la ecuación 3 que conforma la tesis principal del teorema Weiner-Kinchine para procesos estacionarios.

$$\int_{-\pi}^{\pi} S_y(w) e^{-iwj} dw = \gamma_j \quad (3)$$

La ecuación 3 muestra que la variabilidad de la serie está resumida en el espectro, en particular dice que a partir de  $S_y(w)$  es posible obtener las autocovarianzas de la serie. Por otro lado ecuación 2 define el espectro poblacional de la serie como una función de  $\gamma_j$ . En conjunto, ambas ecuaciones determinan la existencia de una relación biyectiva entre el espectro poblacional y la

estructura de autocovarianzas, y por lo tanto determinan la equivalencia entre el dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia para el estudio de series de tiempo.

Si se considera el caso particular cuando  $j = 0$ , se puede ver que:

$$\int_{-\pi}^{\pi} S_y(w) = \gamma_0 \quad (4)$$

Es decir que la variabilidad total de la serie es igual al área bajo el espectro poblacional. Además, como el espectro es siempre no negativo, la integral  $\int_{w_a}^{w_b} S_y(w)$  puede ser interpretada como la porción de varianza explicada por periodicidades de frecuencias entre  $w_a$  y  $w_b$ . Así, utilizando el espectro poblacional es posible descomponer la serie en componentes vinculados a periodicidades con distinto rango de frecuencias. Esto vincula al análisis espectral de la serie con la teoría de extracción de señales.

Como un primer ejemplo se puede considerar el caso de un proceso ruido blanco, es decir una secuencia  $\epsilon_t$  de variables aleatorias iid, con media cero y varianza constante  $V(\epsilon_t) = \sigma^2$ . Su secuencia de autocovarianzas  $\gamma_j = 0$  para todo  $j > 0$  y  $\gamma_0 = \sigma^2$ . Utilizando la ecuación 2 el resultado es que

$$S_\epsilon(w) = \frac{\sigma^2}{2\pi}$$

El espectro poblacional de un ruido blanco es constante a lo largo de todas las frecuencias. Esto quiere decir que todas las frecuencias tienen el mismo peso para explicar la variabilidad de un proceso ruido blanco.

En el caso que se trabaje con un proceso MA(1),  $y_t = \epsilon_t + \theta\epsilon_{t-1}$ , las autocovarianzas de orden mayor o igual a 2 son nulas y  $\gamma_0 = (\theta^2 + 1)\sigma^2$ ,  $\gamma_1 = \theta\sigma^2$ . Con la anterior estructura de autocovarianzas el espectro poblacional queda definido de la siguiente manera:

$$S_y(w) = \frac{\sigma^2}{2\pi} (\theta^2 + 2\cos(w)\theta + 1)$$

En el caso del MA(1), la pendiente del espectro poblacional depende del signo del parámetro,

y en el caso que  $\theta$  es positivo las frecuencias bajas son las que explican en mayor medida la variabilidad del proceso. En cambio cuando el valor de  $\theta$  es negativo los resultados se invierten. Para ver el sentido que tiene la forma del espectro se debe recordar que las frecuencias bajas están asociadas a períodos más largos, en el primer caso los períodos largos explican la mayor parte de la variabilidad de la serie, mientras que en el segundo caso la mayor variabilidad está explicada con los períodos de más corto plazo, por lo que el proceso va a presentar un comportamiento más “inestable”.

El espectro también es útil para identificar características del proceso generador de los datos, por ejemplo si el mismo presenta tendencia y/o estacionalidad. En el primero de los casos el valor del espectro en  $w = 0$  tiende a infinito, y en el caso que la serie presente estacionalidad estacionaria el espectro tendrá un pico en la frecuencia estacional (por ejemplo en  $w = \frac{\pi}{2}$  para series trimestrales).

### 2.3. Filtros lineales

En este apartado se presentan los filtros lineales en términos generales y se describe otra importante utilidad del espectro poblacional, que consiste en el análisis del efecto de la aplicación de un filtro lineal a un proceso estocástico.

En términos generales un filtro lineal tiene la siguiente estructura  $\Psi(L) = \sum_j \psi_j L^j$  donde  $L$  es el operador de retardos. Si se piensa en la representación de Wold de un proceso ARMA(p,q) estacionario,  $Y_t = \Psi(L)\epsilon_t$  se puede ver que todos los ARMA(p,q) constituyen la aplicación de un filtro  $\Psi(L)$  a un proceso ruido blanco. El análisis espectral permite vincular la relación del espectro de un ruido blanco con un ARMA(p,q).

Para trabajar en el dominio de las frecuencias se utiliza la transformación de Fourier que tiene a los  $\psi_j$  como coeficientes, esto es,  $\Psi(w) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j e^{-iwj}$ .

Esta función resume las características del filtro. Es la llamada función de respuesta a la frecuencia (en adelante función de respuesta) donde  $w$  representa la frecuencia medida en radianes

que se encuentra en el intervalo  $[-\pi, \pi]$ , y  $i$  es la unidad imaginaria.

Todo filtro lineal presenta dos efectos fundamentales al ser aplicados a una serie de tiempo. En primer lugar puede modificar la *importancia* de alguna (o todas) frecuencia en la descomposición de la variabilidad, y por otra parte puede modificar el momento de tiempo, o *fase*, donde una frecuencia determinada era relevante. Para visualizar estos efectos se descompone la función de respuesta como sigue

$$\Psi(w) = |\Psi(w)|e^{i\theta(w)}$$

Donde  $|\Psi(w)| = \sqrt{\Psi(w)\Psi(w^{-1})}$  representa el módulo de  $\Psi(w)$ , es la llamada **función de ganancia** del filtro lineal cuantifica el primer tipo de efecto. Mientras que  $\theta(w) = \text{Arg}(\Psi(w)) = \text{Arctan} \left\{ \frac{\Psi^{im}(w)}{\Psi^{re}(w)} \right\}$  representa la **función de fase**, que cuantifica el segundo tipo de efecto.

### Función de Ganancia

Sea  $X_t$  el resultado de aplicar el filtro lineal  $\Psi(L)$  a la proceso  $Y_t$ , esto se puede presentar como  $X_t = \Psi(L)Y_t$ . La relación entre el espectro poblacional de  $X_t$  y  $Y_t$  esta determinada por el cuadrado de la función de ganancia.

$$S_x(w) = \Psi(e^{-iw})\Psi(e^{iw})S_y(w) = |\Psi(w)|^2 S_y(w) \quad (5)$$

La función  $|\Psi(w)|^2$  es también conocida como función de transferencia, la misma permite analizar el efecto del filtro  $\Psi(L)$  sobre la serie  $Y_t$ , observando que  $|\Psi(w)|^2 = \frac{S_x}{S_y}$  se puede establecer que si  $|\Psi(w_a)|^2 > 1$  el filtro aumenta el peso de la frecuencia  $w_a$ , reducirá el peso en aquellas frecuencias donde la función de transferencia sea menor que la unidad y en el caso que  $|\Psi(w_a)|^2 = 0$  el filtro anula el peso de esta frecuencia.

Un filtro ampliamente conocido y utilizado es el operador de primera diferencia regular  $\Delta(Y_t) = Y_t - Y_{t-1}$ . Esto es lo mismo que decir que a  $Y_t$  se le aplicó el filtro lineal  $(1 - L)$ .

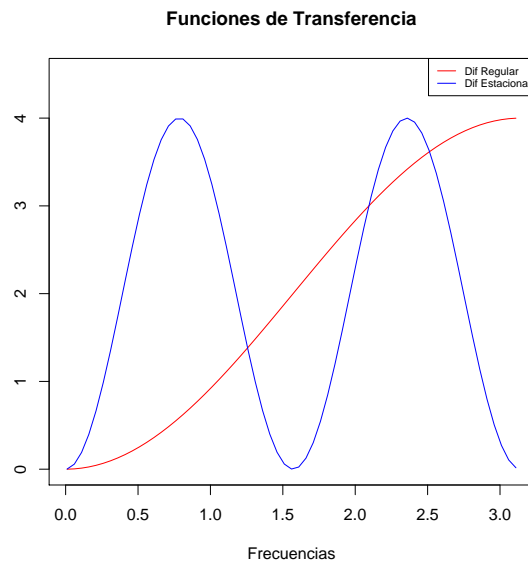
El cuadrado de la función de ganancia se obtiene como  $|\Psi(w)|_{\Delta}^2 = (1 - e^{-iw})(1 - e^{iw})$  y operando

se obtiene la expresión de la ecuación 6. Si en lugar del operador diferencia regular se considera el operador de primera diferencia estacional para series trimestrales,  $\Delta^4(Y_t) = Y_t - Y_{t-4}$  y se realiza el mismo análisis se obtiene la función 7.

$$|\Psi(w)|_{\Delta}^2 = 2(1 - \cos(w)) \quad (6)$$

$$|\Psi(w)|_{\Delta^4}^2 = 2(1 - \cos(4w)) \quad (7)$$

Figura 1: Funciones de Transferencia



Ambas funciones se muestran en el gráfico 1 donde se observa que hay frecuencias que son realizadas por el filtro y otras que ven su peso disminuido. Considerando la primera diferencia regular, es importante destacar que el filtro anula la frecuencia  $w = 0$  lo que es esperable ya que este filtro es usualmente utilizado para remover la tendencia de la serie.

De igual forma la primera diferencia estacional anula la frecuencia  $w = \frac{\pi}{2}$ , que es la asociada a un período 4 equivalente a un año en series trimestrales.

Ahora bien, a pesar que estos filtros son diseñados para eliminar el peso de las frecuencias mencionadas, incorporan distorsiones adicionales a la serie original. El análisis espectral permite ver que otros efectos (aparte de los buscados) son incorporados a la serie al aplicar estos filtros.

## 2.4. Filtro Hodrick Prescott

Uno de los filtros más utilizados es el Hodrick Prescott (HP). A partir de una serie temporal finita de largo  $T$ , el filtro define el componente de tendencia ( $T_t$ ) como el que resuelve el siguiente problema de minimización:

$$\min \sum_{t=0}^T (y_t - T_t)^2 + \lambda \sum_{t=0}^T (\Delta T_t - \Delta T_{t-1})^2$$

donde se puede interpretar a  $\lambda$  como un parámetro que regula la suavidad del componente de tendencia, si es muy grande entonces  $T_t$  se aproximará a una recta y si es muy pequeño  $T_t$  se aproximará a los datos  $y_t$ .

Para analizar alguna de las propiedades del filtro HP, se considera su función de ganancia. Dicha función esta expresada en la ecuación 8, y sitúa a este filtro dentro de una familia más general de filtros lineales, la familia de Butterworth.

$$|HP(w)|^2 = \frac{1}{1 + \left[ \frac{\text{sen}(w/2)}{\text{sen}(w_c/2)} \right]^4} \quad (8)$$

El filtro HP es de paso bajo, esto quiere decir que conserva las frecuencias menores a cierto umbral y anula las mayores. Se puede construir un filtro de paso alto definido como  $1 - HP$ . Esto implica que se debe tener cuidado al utilizar este filtro si la serie de entrada tiene más de dos componentes.

A partir de su función de ganancia se puede ver que  $|HP(0)|^2 = 1$  y  $|HP(\pi)|^2 = \frac{\text{sen}(w_c/2)^2}{1 + \text{sen}(w_c/2)^2}$ , esto último implica que el filtro no anula completamente las frecuencias más altas, que se asocian a los componentes estacional e irregular.

En otras palabras la señal filtrada con HP puede contener ruido y por eso en Kaiser y Maravall [1999] se recomienda que la serie de entrada para aplicarlo no sea la serie original sino un componente que sólo tenga tendencia y ciclo.

## 2.5. El Filtro de Christiano y Fitzgerald

Otra aproximación al filtro ideal está dada por el filtro definido por Christiano y Fitzgerald (1999) [1999] (CF). El filtro puede expresarse como una media móvil finita, valor de la serie filtrada en el momento  $t$  se obtiene como sigue:

$$C_t^{cf} = \sum_{j=t-T}^{t-1} \hat{\psi}_j^{cf} Y_t$$

donde  $Y_t$  es la serie de entrada de la que se dispone de una muestra de tamaño  $T$ ,  $(y_1, y_2 \dots, y_T)$ . Se puede destacar que a diferencia del filtro Baxter King<sup>2</sup> el filtro CF utiliza todos los datos de la muestra para estimar  $C_t^{cf}$  lo que tiene como consecuencia que el filtro no es simétrico.

Debido a que una cantidad de series macroeconómicas presentan espectros similares al de un paseo aleatorio, los autores utilizan esta función para ponderar cada frecuencia en la derivación del filtro. Los coeficientes del filtro, son los que se derivan de resolver el siguiente problema de optimización donde se incorpora como ponderación de cada frecuencia, el pseudo-espectro de un paseo aleatorio.

$$\begin{aligned} \text{Min } Q_\psi &= \int_{-\pi}^{\pi} \left| \Psi(e^{iw}) - \hat{\Psi}_t(e^{iw}) \right|^2 f(w) dw & (9) \\ \text{donde } f(w) &= \frac{1}{2(1 - \cos(w))} \end{aligned}$$

La función  $f(w)$  es decreciente en  $w$  y tiende a infinito cuando  $w \rightarrow 0$ , así se le otorga mayor peso a las frecuencias bajas.<sup>3</sup> Resolviendo el problema de minimización anterior se obtienen los

<sup>2</sup>Otro filtro de tipo pasa-banda desarrollado Baxter King [1995]

<sup>3</sup>En particular  $f(w) \leq 1$  cuando  $w \geq \arccos(1/2) \approx 1,05$  que equivale a períodos menores a seis trimestres

coeficientes  $\hat{\psi}_j^{cf}$ , y su expresión es la siguiente:

$$\hat{\psi}_j^{cf} = \begin{cases} \frac{1}{2}\psi_0 - \sum_{k=0}^{j-1} \psi_k & \text{para } j = t - 1 \\ \psi_j & \text{para } j = t - 2, \dots, T - t - 1 \\ \frac{1}{2}\psi_0 - \sum_{k=j+1}^0 \psi_k & \text{para } j = T - t \end{cases} \quad (10)$$

Teniendo en cuenta la manera en que se obtienen los valores de la serie filtrada y la forma de los coeficientes, se puede observar que cada dato es obtenido con un conjunto de coeficientes diferente a los demás. Esto quiere decir que la función de ganancia depende de la posición que ocupe el dato, por lo que cada dato tiene asociada una función de ganancia distinta. En Iacobucci [2005] se muestra la representación gráfica en tres dimensiones de esta función y allí se puede ver que en algunas posiciones, el filtro deja pasar las frecuencias estacionales.

En CF no hay una restricción que asegure que la serie de salida sea estacionaria, por lo cual en caso que la serie original presente una raíz unitaria, la tendencia deberá ser tratada antes de aplicar el filtro.

### 3. Resultados

En esta sección se presentarán los principales resultados de este trabajo. Se utilizaron tres series trimestrales de la economía uruguaya, el Índice de Volumen Físico del Producto Bruto Interno (IVFpib) entre el primer trimestre del año 1975 y el primer trimestre del año 2008, el Índice de Volumen Físico Agropecuario (IVFagro) entre el primer trimestre del año 1988 y el primer trimestre del año 2008 y por último la serie de Índice de Volumen Físico Industrial (IVFind) en el mismo período que el anterior.

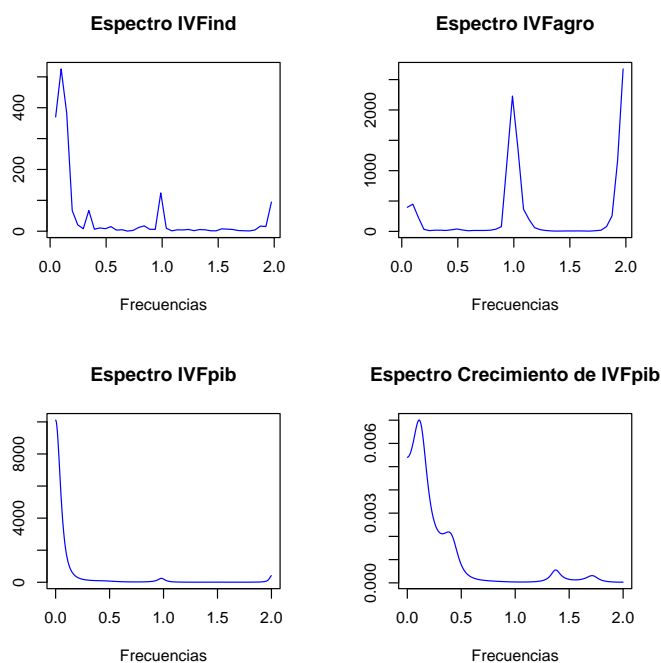
En esta sección se presentan las estimaciones del componente cíclico y de tendencia de las series antes mencionadas. Además de la implementación de algunas herramientas basadas en el análisis espectral utilizadas para evaluar dichas estimaciones.

### 3.1. Espectros de las series originales

Como se mencionó en la sección anterior el espectro de una serie temporal describe cuales son las frecuencias más importantes para explicar la variabilidad de una serie. La definición del componente cíclico no es rígida, se asocia a un rango de periodicidades que debe ser mayores a un año pero no hay un límite superior fijo, el mismo depende de las características propias de la serie a analizar. Es aquí donde el análisis espectral puede dar luz ya que puedo identificar el rango de frecuencias que se asocia a cada componente.

En el gráfico 2 se muestran los espectros de las series estudiadas. En el caso de IVFagro se observa que las frecuencias más importantes son las estacionales, el mayor pico del espectro se ubica en un período de 6 meses y el segundo más grande en un año, esto relativiza el estudio de las señales de tendencia y ciclo en el caso de IVFagro ya que el componente más importante de esta serie es el estacional. Sin embargo se observa un tercer pico (de menor importancia) que se corresponde con un período de 40 trimestres.

Figura 2: Espectros Poblacionales



Por otro lado el espectro de IVFind muestra que el componente cíclico tiene mucha importancia

en la producción industrial, la frecuencia que explica más variabilidad en esta serie está vinculada con un período de 40 trimestres. Esto nos lleva a definir al componente cíclico como el asociado a las periodicidades del rango entre 6 y 40 trimestres para los dos sectores estudiados.

En el caso del IVFpib, el espectro debe ser utilizado con cuidado ya que la serie presenta una tendencia estocástica. Se puede apreciar que en el espectro de IVFpib la frecuencia  $w = 0$  es la más grande, esto dificulta la determinación del límite superior del rango de periodicidades consideradas cíclicas. Para ayudar en la identificación se utilizó la tasa de crecimiento anual de esta serie y se analizó el espectro de la misma. Esta tasa de crecimiento debe ir acompañada con el ciclo por lo que las periodicidades importantes en ambas series deben ser cercanas.

### **3.2. Componentes estimados**

En este apartado se presentan los ciclos y las tendencias estimadas tanto para el producto agregado como para los productos de los sectores agropecuario e industrial. Para realizar dichas estimaciones se utilizaron dos filtros lineales, el filtro de Hodrick-Prescott (HP) que es uno de los más utilizados en economía, y el filtro Christiano-Fitzgerald (CF) que puede verse como una alternativa al HP en el análisis de la coyuntura macroeconómica.

#### **Nivel Agregado**

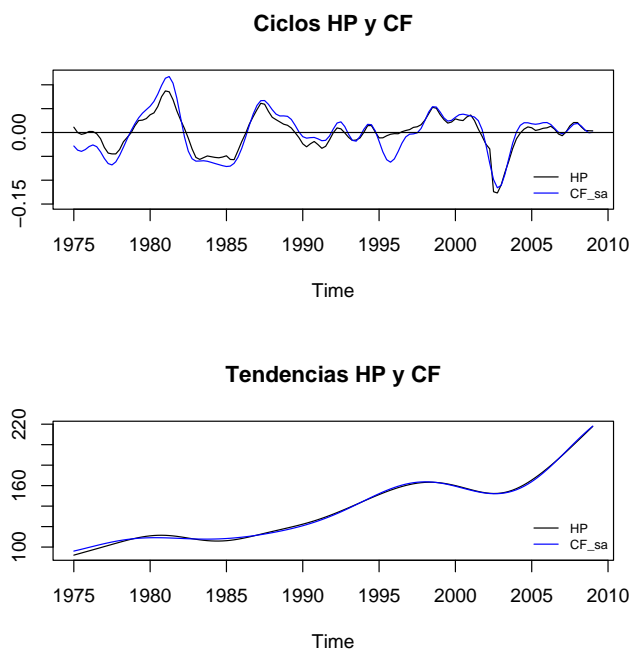
En el gráfico 3 se muestran tanto las estimaciones del ciclo<sup>4</sup> con los filtros HP y CF así como el componente de tendencia en cada caso. Se puede observar que ambas estimaciones del ciclo recogen en términos generales la evolución de la economía Uruguaya en los últimos treinta años. Se pueden observar los períodos de crecimiento de la segunda mitad de la década del setenta, así como el crecimiento de los años noventa. Por otro lado también se evidencian las crisis económicas de 1982 y 2002, así como el impacto del efecto tequila en la mitad de la década del noventa. Si se comparan ambas crisis, se puede ver que la crisis del 2002 es más profunda que la del 82. Además la crisis del 2002 tiene una salida rápida mientras que la del 82 perdura más en el tiempo. Sin embargo el ciclo con CF muestra que tanto la crisis del 82 como el efecto

---

<sup>4</sup>Las estimaciones del ciclo que se presentan están expresadas como proporción de la tendencia.

tequila fueron más profundas que lo que muestra el filtro HP. En cambio la crisis del 2002 es más profunda con el ciclo de HP.

Figura 3: Nivel Agregado



Las estimaciones del ciclo para el 2008 muestran que el mismo se encontrará levemente por encima del cero. Adicionalmente si se observa el componente de tendencia la misma continúa creciendo a una tasa elevada en el periodo de predicción.<sup>5</sup>

### Nivel Sectorial

En el gráfico 4 se pueden ver los componentes de tendencia y ciclo estimados para el sector agropecuario y para la industria. Se observa como la crisis de 2002 tiene impacto en ambos sectores tanto en el ciclo como en la tendencia y se puede apreciar que el impacto en la industria es mayor al del agro. Respecto de la coyuntura actual, en el caso del sector industrial se observa un fuerte crecimiento del componente de tendencia luego de la crisis, acompañado por un componente cíclico positivo. En el caso del sector agropecuario el crecimiento del componente de

<sup>5</sup>Para ampliar los resultados ver "Producto Potencial y Brecha de Producto en Uruguay", Rodríguez et al, [2008].

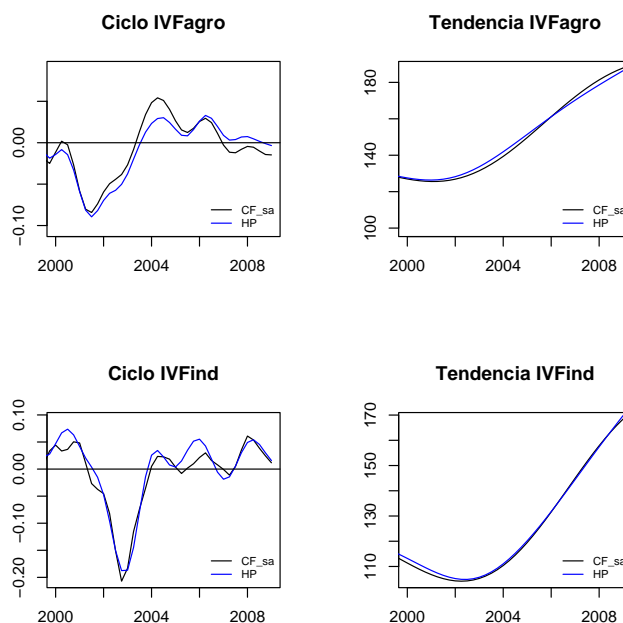
Cuadro 1: Tasa de crecimiento de las Tendencias Estimadas

Trimestre	HP_Agro.	CF_Agro.	HP_Indu.	CF_Indu.
2003	5.07	4.58	2.21	2.39
2004	6.46	6.63	6.40	6.24
2005	6.64	7.59	8.89	9.11
2006	6.13	7.40	9.72	10.29
2007	5.36	6.31	9.44	9.78
2008	4.70	4.71	8.55	8.07

Nota: Valores en porcentaje

tendencia también se observa desde la crisis aunque con menor fuerza y el ciclo es prácticamente nulo en los últimos años.

Figura 4: Nivel Sectorial



En cuadro 1 se presentan las tasas de crecimiento de la tendencia para los años 2003 al 2008. Los cuadros 2 y 3 se muestran los valores estimados del ciclo y la tendencia sectorial para los últimos años, estimados con el filtro HP y CF respectivamente, el ciclo se expresó como proporción de la tendencia.

En el caso del IVFagro, el ciclo representa menos de un 1% de la tendencia en ambos años tanto

para HP como para CF, y la tendencia muestra un crecimiento del entorno del 4.6 % para el 2008, que es menor al de la economía en su conjunto. Por otro lado, en el caso de la industria, el ciclo es cercano a 0 en 2007 pero aumenta a más de 4 puntos de la tendencia en 2008. La tendencia del IVFind presenta un crecimiento anual elevado, estimándose un 8 % de crecimiento para 2008 según CF y 8.5 % según HP.

Cuadro 2: Ciclos y Tendencias Estimadas Sectoriales con HP

<b>Trimestre</b>	<b>Ciclo_Agro.</b>	<b>Tend_Agro.</b>	<b>Ciclo_Indu.</b>	<b>Tend_Indu.</b>
2007.1	0.0089	170.2	-0.0007	144.7
2007.2	0.0032	172.4	-0.0111	147.7
2007.3	0.0038	174.5	0.0049	150.9
2007.4	0.0069	176.6	0.0354	154.2
2008.1	0.0074	178.6	0.0610	157.4
2008.2	0.0047	180.6	0.0538	160.6
2008.3	0.0017	182.7	0.0385	163.7
2008.4	-0.0011	184.5	0.0244	166.8

Cuadro 3: Ciclos y Tendencias Estimadas Sectoriales con CF

<b>Trimestre</b>	<b>Ciclo_Agro.</b>	<b>Tend_Agro.</b>	<b>Ciclo_Indu.</b>	<b>Tend_Indu.</b>
2007.1	-0.0029	172.1	-0.0188	145
2007.2	-0.0115	174.7	-0.0144	148.4
2007.3	-0.0121	177.1	0.0053	151.6
2007.4	-0.0079	179.3	0.0304	154.8
2008.1	-0.0044	181.4	0.0492	157.9
2008.2	-0.0054	183.3	0.0541	160.8
2008.3	-0.0100	185	0.0455	163.5
2008.4	-0.0142	186.6	0.0300	166.1

### 3.3. Medidas de Ajuste

En este apartado se muestra como utilizar las herramientas del análisis espectral para lograr medidas que indiquen el ajuste de los filtros usados para estimar los ciclos. Primero se utilizan las funciones de ganancia de los filtros utilizados para calcular una medida del *efecto distorsivo* de los mismos, y luego en base al espectro de los ciclos estimados se obtiene una medida de la *pureza* de la señal filtrada.

## Efecto Distorsivo

Como se mencionó en la sección 2 los filtros lineales distorsionan las propiedades espectrales de la serie a la que se aplican. Algunas de dichas distorsiones son buscadas, es decir, los filtros son diseñados con el objetivo de anular algún rango de frecuencias y conservar otro. Para la estimación del componente cíclico, en este trabajo, los filtros deben conservar intactas las frecuencias asociadas a periodicidades entre 6 y 40 trimestres, al tiempo de anular el resto de las frecuencias.

Sin embargo, los filtros lineales también provocan alteraciones no buscadas que se traspasan a la señal filtrada, a estas distorsiones se les llama *efecto distorsivo*, una manera de medir este efecto es observar la diferencia entre la función de ganancia del filtro y la función de ganancia ideal. La ganancia ideal es aquella que anula todas las frecuencias que debe anular (ganancia igual a cero) y deja intactas las frecuencias que corresponden al ciclo (ganancia igual a uno).

Siguiendo a Pedersen en [1999] se pueden obtener medidas de los efectos distorsivos de un filtro. Dentro de los efectos vinculados a la ganancia, típicamente se pueden distinguir dos situaciones; que el filtro permita pasar frecuencias que pertenecen a la señal que se quiere estimar o que modifique la importancia de frecuencias que deben pasar sin ser modificadas. El primer caso se denomina efecto *Leakage* y el segundo *Compresión* ambos pueden resumirse en la diferencia entre la función de ganancia del filtro ideal,  $\Psi(w)$  y la del filtro aproximado  $\hat{\Psi}(w)$ , esto es:

$$LC = 2 \int_w |\hat{\Psi}(w) - \Psi(w)| dw \quad (11)$$

En nuestro caso se aplicaron varios filtros para lograr las estimaciones de los ciclos. Por un lado se aplicó la descomposición Tramo-Seats, que es también un filtro, con la cuál se obtienen el componente Tendencia-Ciclo (TC) y la serie ajustada por estación que serán nuestras series de entrada.

Para aplicar el filtro HP se utiliza la serie TC mientras que para estimar el ciclo CF se utiliza

como serie de entrada la serie desestacionalizada.

HP es un filtro de paso alto, para estimar el ciclo hay dos opciones, aplicar secuencialmente el filtro, primero uno de paso alto y posteriormente uno de paso bajo, ó trabajar con el componente TC y luego aplicar el filtro paso alto. Esto significa que hay que evaluar la distorsión para las frecuencias asociadas a periodos menores a 6 trimestres y aquellas superiores a 40 trimestres, es decir, que cosas deja pasar el filtro que no son deseables dentro de la definición de ciclo considerada. Si no se considera el efecto provocado por Tramo-Seats estaríamos dejando de lado la distorsión asociada a las frecuencias más altas.

El efecto distorsivo de HP se estima teniendo en cuenta tanto la distorsión generada de aplicar la descomposición Tramo-Seats para obtener el componente TC, así como el efecto distorsivo que resulta de aplicar el filtro propiamente dicho. En el cuadro 4 se muestra el primero de los efectos distorsivos generados por la descomposición Tramo-Seats.

Cuadro 4: Efectos Distorsivos de la Descomposición Tramo Seats

<b>Filtro_TC</b>	<b>LC</b>
TC agregado	0.99
TC agro	0.68
TC industria	1.35

Para obtener una medida global de la distorsión, sumamos la antes obtenida con la de aplicar el filtro HP de paso alto, que es 0.12. De este modo los efectos distorsivos son: 1,11 para la serie agregada, 0,8 para la serie agropecuaria y 1,47 para la serie industrial.

En segundo lugar se calculó el efecto distorsivo para CF como se comentó en la sección 2 este filtro genera una función de ganancia para cada frecuencia, por lo que la forma de cálculo de la distorsión se realizará mediante medias de resumen.

Como el filtro CF es un filtro de pasa banda la medida de LC capta el efecto del filtro tanto para los periodos mayores a 40 trimestres, como aquellos que son menores a 6 trimestres, en este caso si consideramos el efecto distorsivo generado por la descomposición Tramo Seats estaríamos considerando dos veces el efecto asociado a las frecuencias estacionales, además los

ciclos obtenidos tanto con la serie original así como con la serie desestacionalizada son iguales, las diferencias se dan cuando utilizo predicciones.

En el cuadro 5 se muestran las estadísticas de resumen del efecto distorsivo de CF, en este caso hay que tener en cuenta que el mismo no depende de los datos de entrada, por lo que el efecto es el mismo si estamos considerando la serie de IVFagro así como IVFind.

Cuadro 5: Efecto distorsivo de CF

<b>Summary</b>	<b>LC</b>
Min.	0.95
1Q	1.25
Median	1.43
Mean	1.42
3Q	1.5
Max	2.32

Los resultados evidencian que la distorsión generada por el filtro HP es menor que la provocada por CF. Sin embargo hay que tener en cuenta que estos dos filtros no son totalmente comparables con esta medida, ya que en el caso del HP tengo una única función de ganancia, mientras que para CF tengo una función de ganancia para cada una de las frecuencias consideradas y se utilizaron medidas de resumen para la comparación.

En el caso del agro como para la serie agregada la distorsión media de CF es mayor los efectos distorsivos totales de HP, mientras que para el caso de los datos de la industria el efecto distorsivo de CF es menor.

### **Pureza y Duración de los ciclos**

Anteriormente los espectros poblacionales de las series originales se utilizaron para identificar las frecuencias asociadas al componente cíclico. Ahora que los ciclos fueron estimados, se puede utilizar el espectro de los mismos para describir sus propiedades. En este apartado se estiman los espectros de los seis ciclos analizados (que se muestran en el gráfico 3.3) y con ellos se obtiene una medida de la pureza de la señal y una medida de su duración.

La medida de pureza mide que porción de la variabilidad del ciclo estimado corresponde a

frecuencias incluidas en la definición de ciclo. El rango de frecuencias asociado con el ciclo se corresponden con períodos entre 6 y 40 trimestres, por lo tanto la variabilidad del ciclo debe ser explicada únicamente por dichas frecuencias.

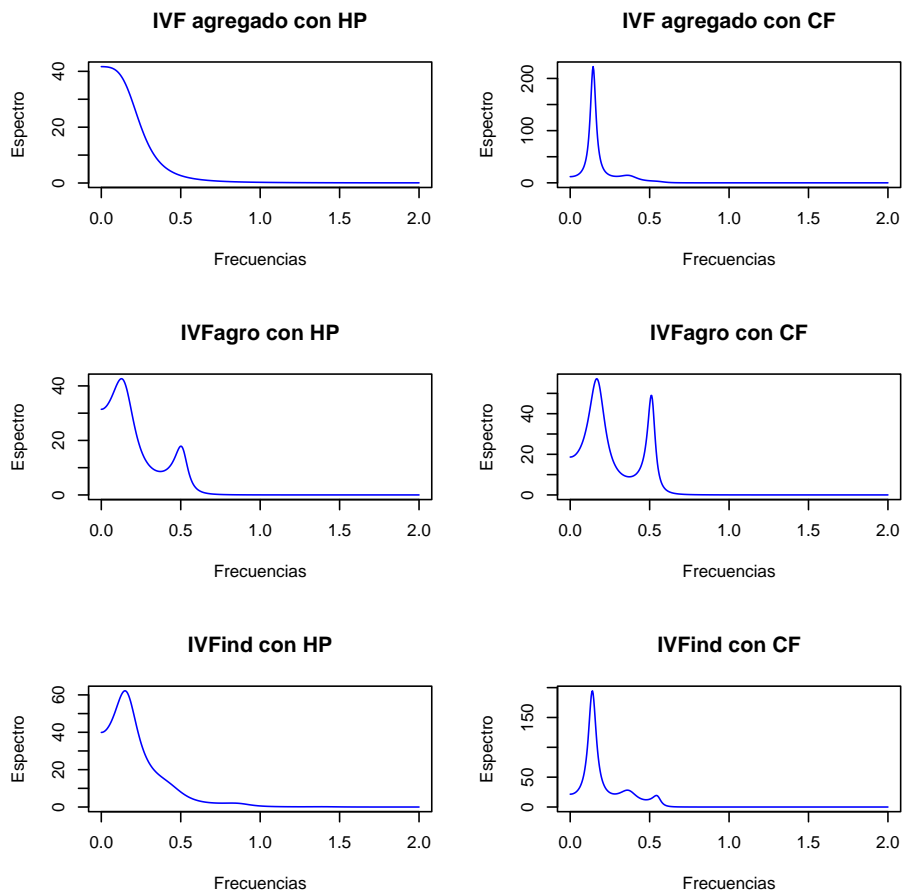


Figura 5: Espectros de los ciclos estimados

El cuadro 6 muestra como se descompone la varianza de cada uno de los ciclos estimados en los rangos de frecuencias asociados con los distintos componentes. Las frecuencias asociadas al componente de tendencia son las menores a  $\frac{2\pi}{40}$ , las asociadas al ciclo son las que pertenecen al intervalo  $(\frac{2\pi}{40}, \frac{2\pi}{6})$  y las asociadas a los componentes estación e irregular son las mayores a  $\frac{2\pi}{6}$

Como medida de pureza de la señal filtrada se propone el indicador

$$P = \frac{\int_{w_{40}}^{w_6} S_C(w)dw}{\int_0^{\pi} S_C(w)dw}$$

Cuadro 6: Variabilidad de los ciclos estimados

Datos	Tendencia	Ciclo	Menor a 6	Total
IVFPIB_hp	0.35	0.62	0.023	11.52
IVFPIB_cf	0.10	0.89	0.001	17.47
Agro_hp	0.27	0.71	0.004	12.34
Indu_hp	0.23	0.72	0.038	18.35
Agro_cf	0.15	0.84	0.004	14.73
Indu_cf	0.13	0.85	0.001	24.04

donde  $S_C(w)$  representa el espectro del ciclo estimado y  $w_i$  representa la frecuencia asociada al período de  $i$  trimestres. En el caso del filtro ideal, toda la variabilidad del ciclo esta explicada por el rango de frecuencias que lo define, es decir  $(w_{40}, w_6)$ .

Es importante resaltar que para el cálculo antes mencionados se utilizó la estimación paramétrica del espectro, ya que la misma estima mayor cantidad de valores que la estimación no paramétrica permitiendo obtener resultados más precisos para el cálculo de pureza.

Los resultados del cuadro 6 sugieren que el filtro CF tiene como resultado señales más “puras” que el HP, en todos los casos la porción de varianza explicada por las frecuencias cíclicas es mayor en CF que en HP. Además HP es sensiblemente menos puro al estimar el ciclo agregado que los sectoriales mientras que CF no cambia sustancialmente su nivel de pureza.

Respecto de la variabilidad explicada por frecuencias que no corresponden al ciclo, se debe decir que las frecuencias altas, asociadas a la estación e irregular son prácticamente anuladas en todos los casos. Sin embargo las frecuencias asociadas a la tendencia son más difíciles de separar, este efecto es ampliamente conocido y es la razón por la que muchas veces se trabaje sobre el componente tendencia-ciclo.

Con relación a la duración de los ciclos estimados, esta puede medirse con base en el espectro de los mismos. Todos los espectros presentan un “pico”, que indica la frecuencia en que el espectro se hace máximo, esta frecuencia es la que explica la mayor parte de la variabilidad del ciclo. El período asociado a la frecuencia máxima representa la duración del ciclo estimado.<sup>6</sup>

<sup>6</sup>En el caso del IVF agregado para HP el espectro estimado mediante el método paramétrico no presenta un pico definido. Por ello se utilizó, únicamente en este caso, una estimación no paramétrica del mismo, para

Cuadro 7: Duración de los ciclos

<b>Sector</b>	<b>HP</b>	<b>CF</b>
Agregado	36	28.8
Industria	26.97	28.51
Agro Max	31.19	23.76
Agro 2do	7.99	7.86

El cuadro 7 se muestran las periodicidades vinculadas a las frecuencias máximas en cada espectro. En todos los casos se puede observar que las periodicidades máximas quedan contenidas dentro de 6 y 40 trimestres que es como definimos el ciclo. Por otro lado los resultados anteriores nos muestran que en términos generales los ciclos estimados con CF tienen una menor duración que los estimados con HP.

El ciclo que evidencia mayor duración es el del IVFPIB agregado, definido como 36 trimestres para HP y 28 trimestres para CF. Por otro lado es de resaltar el caso del IVF agropecuario, el cuál presenta dos picos que identifican ciclos de 31 y 7 trimestres según HP y un poco inferiores en el caso de CF.

#### 4. Síntesis

Una primer recomendación que surge del trabajo, es el uso del análisis espectral de series temporales, para atacar los problemas de extracción de señales en particular a la hora de estimar la señal cíclica. Debe entenderse que no se pretende sustituir las técnicas del dominio del tiempo, sino que se recomienda utilizar herramientas de ambos dominios como complementarias.

El espectro poblacional fue utilizado para la identificación de la señal que se desea estimar y luego para la descripción de la señal estimada. En primer lugar se determinó el rango de frecuencias asociadas con el ciclo, definidas como aquellas oscilaciones de período mayor a 6 trimestres y menor a 40 trimestres. En segundo lugar se utilizó para describir la duración de los ciclos estimados.

---

determinar la duración.

Por otro lado se estimaron los componentes de tendencia y ciclo con dos filtros lineales. El filtro Hodrick Prescott y el de Christiano y Fitzgerald, las estimaciones coinciden tanto para el ciclo como para la tendencia. Se usaron dos medidas complementarias para evaluar estas técnicas: el efecto distorsivo del filtro y la pureza de la señal filtrada.

La primera de estas medidas intenta evaluar la diferencia entre la función de ganancia de los filtros utilizados y la función de ganancia del filtro ideal. En el caso del filtro HP se debe considerar efecto distorsivo generado por la descomposición Tramo-Seats. HP presenta efectos distorsivos menores a los de CF.

La medida de pureza muestra como se descompone la varianza de cada uno de los ciclos estimados en los rangos de frecuencias asociados con los distintos componentes. Si el filtro fuera ideal, el 100 % de la variabilidad del ciclo estaría explicada entre las frecuencias que están entre 6 y 40 trimestres.

Para todas las series consideradas la pureza del filtro CF es mayor que la obtenida con HP. En CF la variabilidad de frecuencias entre 6 y 40 trimestres explica más de 84 % de la varianza total. En todos los caso se puede observar que la dificultad se encuentra en diferenciar el ciclo del componente de tendencia.

Finalmente, se deben destacar los resultados de los ciclos y las tendencias estimadas. En el caso del IVFPIB el año 2008 muestra que el ciclo se encuentra levemente por encima de la tendencia, entorno al 1 % de la tendencia y un crecimiento mayor al 7 % para esta última. En cuanto a los ciclos sectoriales, el ciclo agropecuario es próximo a cero (menos del 1 %) acompañado de un crecimiento de la tendencia menor al de la economía en su conjunto (4.5 % para el 2008). En cambio el ciclo industrial representa un 4 % de su tendencia, la que a su vez crecerá en 2008 un poco más del 8 %.

## Referencias

- [2008] Alvarez, I., da Silva, N. (2008) - "*Estimación de la Brecha de Producto Mediante Filtros Lineales*". Mimeo. Informe Final de Pasantía. Licenciatura en Estadística. Facultad de Ciencias Económicas y Administración. UdelaR.
- [2000] BCU (2000)- Cuentas Nacionales. Metodología de las series Revisadas.
- [2003] Badagián, A. (2003) - "*Extracción de señales y estimación de ciclos macroeconómicos en los países del Mercosur: un análisis integrado en el dominio del tiempo y de las frecuencias*". Mimeo. Trabajo Monográfico. Licenciatura de Economía. Facultad de Ciencias Económicas y Administración. UdelaR.
- [1995] Baxter, M.;King, R. (1995) - "*Measuring Business Cycles Aproximate Band-Pass Filters for Economic Time Series*". NBER. Working Paper N° 5022. National Bureau of Economic Research.
- [2001] Bucacos, E. (2001)- "*Tendencia y ciclo en el producto uruguayo*". Revista de Economía. Segunda Época Vol. VIII N°2. Banco Central del Uruguay.
- [2007] Carbajal, F; Lanzilotta, B. Llambí, C. Velázquez.C. (2007) - "*La brecha de producto para Uruguay: metodologías para su estimación y su utilidad para el pronóstico de la inflación*". CINVE . Presentado en las XXII Jornadas Anuales de Economía del Banco Central del Uruguay.
- [2001] Changy, O.; Döpke, J. (2001) "*Measures of Output Gap in the Euro-Zone: an Empirical Assessment of Selected Methods*", Kiel Working Paper N° 1053.
- [1999] Christiano, L.; Fitzgerald, T. (1999) - "*The Band Pass Filter*". NBER. Working Paper N° 7257. National Bureau of Economic Research.
- [2000] Conway, P. y Frame, D. (2000)- "*A spectral analysis of New Zeland output gaps using Fourier and wavelet techniques*". Reseerve Banck of New Zeland.

- [1993] Espasa,A. y Cancelo,J.R. (1993) - "*Métodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura económica*". Editorial Alianza Economía
- [2006] Everts, M. (2006)- "*Band Pass Filters*" MPRA Paper N° 2049. Munich Personal Re Pec Archive. <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/2049/>
- [2000] Fournier, J. (2000)-"*L' approximation du filtre passe-bande proposée par Christiano et Fitzgerald*" Institut National de la Statistique des Études Économiques.
- [2001] Gallego,F y Johnson,Ch. (2001) - "*Teorías y métodos de medición del producto de tendencia: una aplicación al caso de Chile*". Economía Chilena. Vol 4 N°2
- [2000] Gómez, V. y Bengoechea, P. (2000)- "*Estimación del Componente Cíclico de las Series Económicas con Filtros Pasabanda: Una Aplicación a los Indicadores de Clima e Índices de Producción Industrial*". Investigaciones Económicas Ministerio de Economía y Hacienda. Vol. XXIV.
- [1996] Gómez, V. y Maravall, A. (1996) "*TRAMO (Time Series Regression with ARIMA Noise, Missing Observation, and Outliers) and SEATS (Signal Extraction in ARIMA Time Series) Introduction for the User*".
- [2001] Harvey, A y Trimbur, M. (2001)-"*General model-based filters for extracting cycles and trends in economic time series*". Cambridge University, Faculty of Economics and Politics.
- [1994] Hamilton, J. (1994)- "*Time Series Analysis*". Princeton University Press.
- [1980] Hodrick,R; Prescott,E. (1980)- "*Post War U.S Business Cycles: An Empirical Investigation*". Carnegie Mellon University, Working Discussion Paper 451.
- [2005] Iacobucci, A. y Noullez, A. (2005)-"*A Frequency Selective Filter for Short-Length Time Series*". CNRS.
- [1999] Kaiser,R y Maravall,A.(1999) - "*Estimation of the business cycle: A modified Hodrick - Prescott filter*". Spanish Economic Review 1.

- [1998] Kamil, H. y Lorenzo, F. (1998)- " *Caracterización de las Fluctuaciones cíclicas en la economía uruguaya*". Revista de Economía, Vol.5, N°1, Segunda Época.
- [2002] Masoller, A. (2002)- " *Un Indicador Sintético de actividad económica*". BCU
- [2002] Miller, S. (2002)-" *Métodos alternativos para la estimación del PIB potencial: Una aplicación para el caso de Perú*" Estudios Económicos BCRP.
- [1999] Pedersen, T. (1999) - " *Spectral Analysis, Business Cycles and Filtering of Economic Time Series. A Survey*". Mimeo. Institute of Economics, University of Copenhagen.
- [2004] Ponce, J (2004)- " *Una nota sobre empalme y conciliación de series de cuentas nacionales*". Revista de Economía-Segunda Época Vol. XI N°2
- [1999] Pollock S. (1999)-" *A Handbook of Time Series Analysis, Signal Processing and Dynamics*". London Academic Press
- [2000] Pollock S. (2000)- " *Trend Estimation and De-trending via Rational Square-Wave Filters*". Journal of Econometrics
- [2003] Pollock S. (2003)- " *Improved Frequency-Selective Filters*" Computational Statistics and Data Analysis
- [2006] Pollock S. (2006) -" *Business Cycles in Time and Frequency*". Lectura disponible en <http://webspaces.qmul.ac.uk/dsgpollock>
- [2002] Reijer, A. den (2002) - " *International Business Indicators: Measurement and forecasting*". Research Memorandum WO 689, De Nederlandsche Bank.
- [2006] Reijer, A. den (2006) - " *The Dutch business cycle: which indicators should we monitor?*". Research Memorandum ,De Nederlandsche Bank.
- [2007a] Rodríguez, S.; da Silva, N. y Álvarez, I. (2007)" *Métodos univariados para la estimación de la brecha de producto en Uruguay: Parte I*"

- [2007b] Rodríguez, S.; da Silva, N. y Alvarez, I. (2007) "Métodos univariados para la estimación de la brecha de producto en Uruguay: Parte II"
- [2007c] Rodríguez, S.; da Silva, N. y Alvarez, I. (2007) "Estimación de la brecha de producto sectorial en Uruguay"
- [2004] Rodríguez, S; Badagián, A. (2004) - "Dinámicas no lineales y ciclos asimétricos en Argentina, Brasil y Uruguay". Instituto de Estadística (IESTA). Facultad de Ciencias Económicas y Administración. UdelaR.
- [2005] Ruth, F. van; Schouten, B.; Wekker, R. (2005) - "The Statistics Netherland's Business Cycle Tracer. Methodological aspects; concepts, cycle computation and indicator selection". Mimeo 2005 -MIC-44. Statistics Netherlands. Division of Macroeconomic statistics and publications.
- [2003] Schleicher, C. (2003) - "Essays on the decomposition of economic variables". Tesis de Doctorado presentada en University of British Columbia.
- [2005] Theoduloz, T. (2005)- "El producto potencial de la economía uruguaya: 1978-2003". XX JORNADAS ANUALES DE ECONOMÍA